



DR. KOVÁCS ERNŐ

ELEKTRONIKA I.

(ELEKTRONIKAI ALAPISMERETEK)

ELŐADÁS JEGYZET

2003.

1. ELEKTRONIKAI ALAPISMERETEK

1.1. Jelek értelmezése, csoportosítása és ábrázolása idő- és frekvencia tartományban

A természetben lezajló műszaki-fizikai folyamatok jel-változó függvény-kapcsolatokkal írhatók le matematikai úton. A **jelen** általában olyan jellemzőt értünk, ami információt hordoz valamely objektumra vonatkozóan. Ez a villamos gyakorlatban bármely villamos jellemző lehet (pl. áram, feszültség, impedancia, stb.). A **változó** idő vagy a frekvencia.

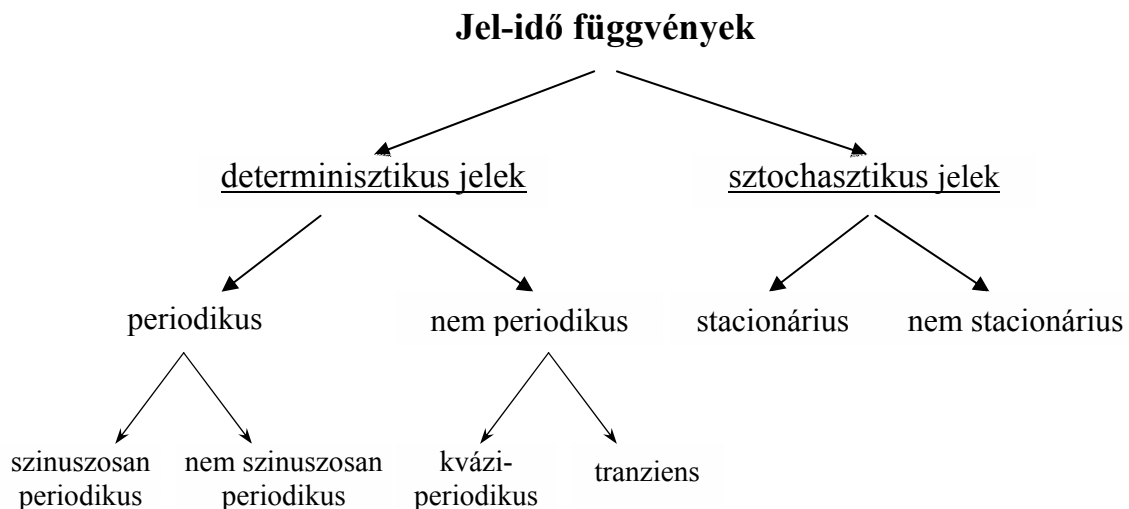
Néhány gyakorlati példa: a) egy akkumulátor feszültségének vagy töltőáramának változása az idő függvényében a töltés során ($u(t)$), b) egy erősítő erősítésének változása a frekvencia függvényében ($A(f)$ vagy $A(\omega)$), stb.

1.1.1. A jel-idő függvények csoportosítása

A jel-idő függvények csoportosíthatók:

- matematikai jellemzőik (a viselkedésük tanulmányozására alkalmazott matematikai módszerek) alapján
- jel-idő függvények érték-tartományának folytonossága alapján.

1.1.1.1. A jel-idő függvények csoportosítása az alkalmazott matematikai módszerek alapján



Ez a felosztás a jeleknek a vizsgálat szempontjából meghatározó időtartományára vonatkozik. Pl. egy oszcillátor jelének vizsgálata során a bekapcsoláskor fellépő jel transziens jelként viselkedik, de a bekapcsolástól számított kellő idő után a jelet, mint periodikus jelet kezelhetjük.

Determinisztikusak a jelek, ha viselkedésük matematikailag egyértelműen leírható, jelenkori viselkedésükből a jövőbeli viselkedésük egyértelműen meghatározható. Vannak esetek, amikor ez a definíció nem alkalmazható szigorúan, de mivel a jelek jövőbeli viselkedése nagy valószínűséggel meghatározható, ezért ezeket a jeleket is determinisztikus jelekként kezeljük. Az ipari gyakorlat számára ezek a jelek kiemelkedő jelentőségűek.

A **sztochasztikus** jelek viselkedése csak a matematikai statisztika módszereivel írható le. A gyakorlat számára is fontos és jelentős zajok, zavarok, stb. ide sorolhatók. Kiemelkedő jelentőséggel bírnak az adatátvitel és jelfeldolgozás területén. Bár ezek a jelek a mindennapi gyakorlatban nagyon fontosak, speciális kezelésük miatt részletesen nem tárgyaljuk. A fejezet további részében csak a determinisztikus jeleket vizsgáljuk.

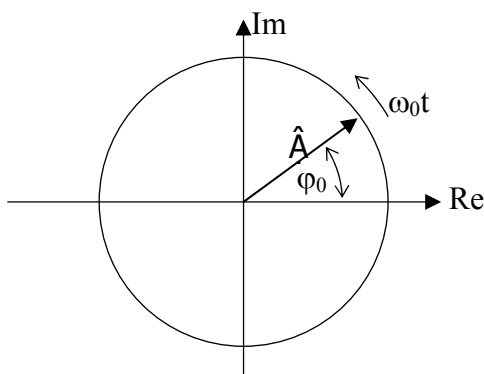
1.1.1.1. Szinuszosan periodikus jelek ábrázolása idő- és frekvencia tartományban

Jellemzés időtartományban

A villamos gyakorlatban az egyes változók közötti kapcsolatokat általában elegendő kétdimenziós vektor összefüggésekkel leírni. (Térvektorokat általában csak az elektromágneses terek tárgyalásánál használunk.) A síkvektorok leírására alkalmazható módszerek közül matematikai megalapozottsága és elterjedtsége miatt a komplex leírási mód a legelfogadottabb. Komplex síkon a jel-időfüggvényt (komplex időfüggvényt) forgó vektorral írjuk le.

Komplex időfüggvény:

$$\overline{f(t)} = \hat{A}e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}$$



Jelölések:

\hat{A} a jel amplitúdója,

ω_0 a jel frekvenciája (más elnevezéssel körfrekvencia),

$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T}$ állandó, ahol T a periódus idő,

φ_0 a jel fázis helyzete a $t=0$ időpillanatban.

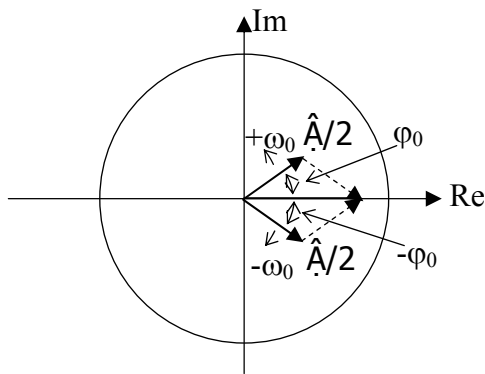
Az $\overline{f(t)}$ vektor ω_0 állandó sebességgel forog az óramutató járásával ellentétes irányban.

A komplex időfüggvényből a *valós időfüggvényt* két eljárással is meghatározhatjuk. Az egyik eljárás a fenti időfüggvény reális tengelyre vett vetületet tekinti valós időfüggvénynek (néhány szakirodalom a szinuszos leírást részesíti előnyben, ez azonban lényegi különbséget nem okoz). A vetület ismeretében az eredeti komplex időfüggvény visszaállítható.

$$f(t) = \hat{A} \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

A másik eljárás a valós időfüggvényt két egymással szemben forgó vektor eredőjének tekinti. A módszerhez szükséges a *negatív frekvenciák* bevezetése is. Negatív frekvencia a gyakorlatban nem létezik, csak egy matematikai absztrakció, de bevezetésével -elsősorban a híradástechnika, az adatátvitel, stb. területén- egy nagyon szemléletes szimmetrikus frekvencia spektrum ábrázolásra nyílik lehetőség.

A leíráshoz két komplex időfüggvényt használunk, amelyek azonos sebességgel, de ellentétes irányban forognak és amplitúdójuk fele lesz az előbbi értéknek. A két vektor mindenkor eredője a reális tengelyen mozog ugyanúgy, mint az előbbi függvény vetülete.



$$f(t) = \frac{\hat{A}}{2} e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)} + \frac{\hat{A}}{2} e^{-j(\omega_0 t + \varphi_0)}$$

A kapott időfüggvény teljes egészében megegyezik a korábban felírt időfüggvénnyel.

Jellemző értékek:

Lineáris középérték (egyenfeszültség/áram):

$$\overline{f(t)} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) dt$$

Négyzetes középérték (a jel effektívértéke):

$$\overline{f^2(t)} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f^2(t) dt}$$

Megjegyzés: egy R ellenálláson a veszteségi teljesítményt a $P_R = \frac{U_{eff}^2}{R}$ összefüggéssel számíthatjuk, ahol U_{eff} az ellenálláson eső feszültség effektív értéke. Ha az ellenállás értéke (amelyiken a teljesítmény keletkezik) $R=1 \Omega$, akkor a jel effektívérték-négyzete arányos a jel teljesítményével (közvetve energiájával), így azt gyakran annak szinonimájaként használjuk.

Szinuszos jel esetén egyértelmű kapcsolat írható fel a jel csúcserőértéke (amplitúdója) és az effektívértéke között. Pl. feszültségre:

$$U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

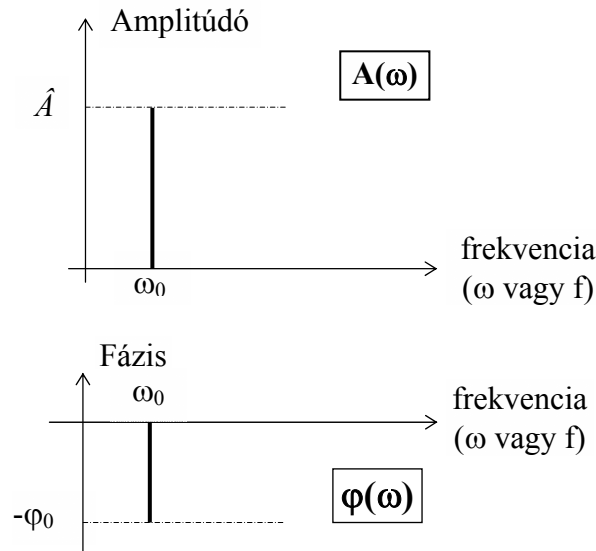
Jellemzés frekvencia tartományban

A két időfüggvény értelmezés két frekvencia tartománybeli ábrázolást tesz lehetővé.

a) Egyoldalas amplitúdó sűrűség (spektrum)- és fázis-karakterisztika

Ez az ábrázolás a csak pozitív frekvenciákat tartalmazó komplex időfüggvény értelmezésen alapul. A jelben egy frekvencia (ω_0) fordul elő \hat{A} amplitúdóval és φ_0 kezdeti fázishelyzettel. A frekvencia tartományban külön ábrázoljuk az amplitúdót (vagy a jel effektív értékét) illetve a fázist a frekvencia függvényében. Gyakran a frekvenciát

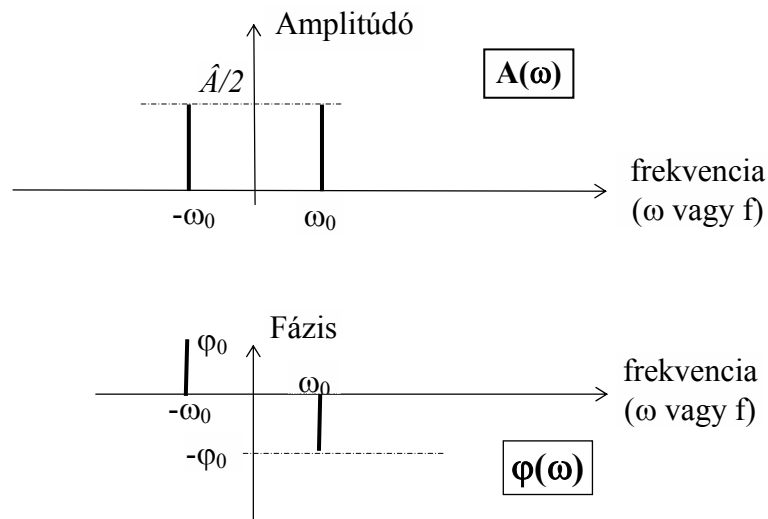
logaritmikus léptékben ábrázoljuk (*nem teszünk különbséget ω és f között, de a 2π eltérést mindig figyelembe kell venni*) egyrészt azért, hogy a grafikon nagyobb frekvencia tartományt tudjon átfogni, másrészt a Bode-diagram későbbi szerkesztéséből látható lesz, hogy az amplitúdó karakterisztika egyes építőelemei logaritmikus léptékben lineárisak lesznek, ami megkönnyíti az ábrázolásukat.



b) Kétoldalas amplitúdó- és fázis-karakterisztika

A negatív frekvenciákat is tartalmazó komplex időfüggvény értelmezés alapján olyan frekvencia-spektrumot kapunk, amely szimmetrikus a nulla tengelyre.

A jelben két frekvencia ($+\omega_0$ és $-\omega_0$) fordul elő $\hat{A}/2$ amplitúdóval és $+\varphi_0$, $-\varphi_0$ kezdeti fázishelyzettel. A frekvencia tartományban külön ábrázoljuk az amplitúdót (vagy a jel effektív értékét) illetve a fázist a frekvencia függvényében. A frekvenciát csak lineáris léptékben ábrázoljuk. (*Továbbra sem teszünk különbséget ω és f között, de a 2π eltérést mindig figyelembe kell venni!*)



A két módszer egymással ekvivalens, a gyakorlati használhatóság dönti el melyiket célszerű alkalmazni. A logaritmus skála miatt a továbbiakban az egyoldalas frekvencia karakterisztikákat fogjuk használni.

1.1.1.1.2. Általánosan periodikus jelek ábrázolása idő és frekvencia tartományban

Jellemzés időtartományban

Leírás időtartományban:

Matematikai függvénnyel leírhatók, de gyakran ábrázoljuk grafikusán is az általánosan periodikus jeleket.

Fenn kell állnia az $f(t) = f(t+nT)$ összefüggésnek, ahol T a periódusidő, n egész szám.

Jellemző értékek:

Lineáris középérték

Négyzetes középérték

Jellemzés frekvencia tartományban

Amennyiben az általánosan periodikus jel véges energiájú (meghatározható az effektívértéke), akkor a jel **Fourier-sorba** fejthető, azaz szinuszos és koszinuszos tagok összegeként előállítható.

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{A_n \cos(n\omega_0 t) + B_n \sin(n\omega_0 t)\}$$

Jelölések:

A_0 a jel lineáris középértéke:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) dt$$

ω_0 a jel **alapharmonikus** frekvenciája.

$n\omega_0$ ($n \geq 2$ esetén) a jel **felharmonikus** frekvenciái, n egész szám

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

A szinuszos és a koszinuszos tagok összevonhatók.

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

Az F_n és φ_n meghatározható A_n és B_n segítségével:

$$F_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

$$\varphi_n = -\arctg\left(\frac{B_n}{A_n}\right)$$

A Fourier-sor komplex alakban is kifejezhető:

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \overline{C}_n e^{jn\omega_0 t}$$

A komplex amplitúdó:

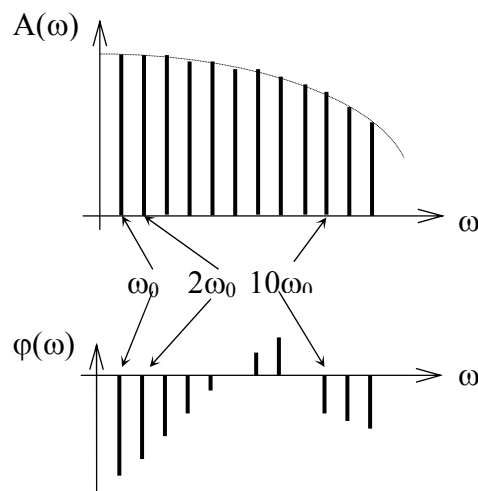
$$\overline{C}_n = \frac{1}{2} F_n e^{j\varphi_n}$$

A jelben végtelen számú, egymástól $n\omega_0$ frekvenciával különböző frekvencia komponens fordul elő. Mindegyik frekvenciának más és más lehet az amplitúdója és a fázisszöge. Előfordulhatnak olyan frekvenciák is, amelyeknek amplitúdója és/vagy fázisszöge nulla. Speciális és szimmetrikus esetekben a sor meghatározott tagjai hiányoznak.

Jellemzés frekvencia tartományban

A frekvencia tartományban külön ábrázoljuk az amplitúdót (vagy a jel effektív értékét) illetve a jel fázisát a frekvencia függvényében a szinuszos esethez hasonlóan, csak itt végtelen számú diszkrét amplitúdó és fázis fordulhat elő. A karakterisztikák vonalas spektrumúak lesznek.

Jellemző amplitúdó- és fázis-karakterisztikák



A villamos gyakorlatban gyakran alkalmazott általánosan periodikus jelek, pl. négyszögjel, háromszögjel, fűrészfogjel.

1.1.1.1.3. Kvázi-periodikus jelek ábrázolása idő- és frekvencia tartományban

Jellemzés időtartományban

- Időfüggvény, vagy annak grafikus ábrázolása
- Effektívérték

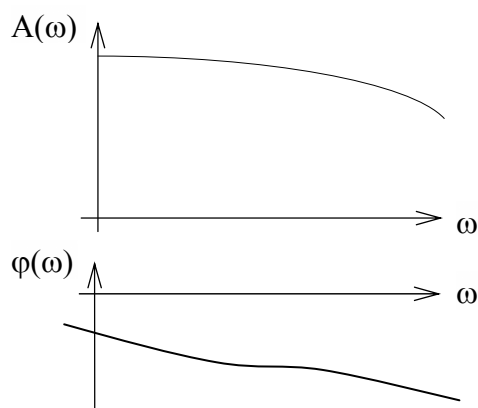
Jellemzés frekvencia tartományban

Amennyiben a jel véges energiájú, akkor képezhető a **folytonos Fourier-transzformált** és kvázi-periodikus jel felírható az alábbi összefüggéssel:

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t)$$

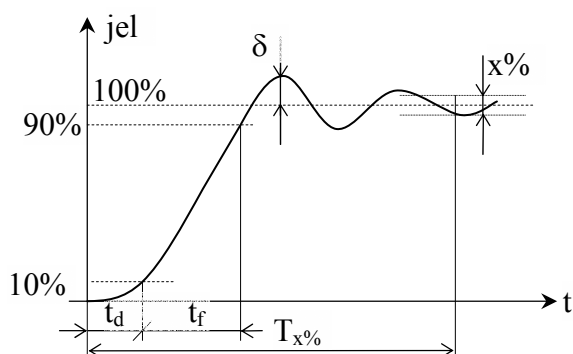
Az egyenletből látható, hogy a frekvenciák nem egymás egész számú többszörösei (bár továbbra is diszkrét frekvencia értékek), hanem tetszőleges frekvenciák. Ebből következik, hogy a spektruma ugyan vonalas lesz, de a vonalak olyan sűrűn követik egymást, hogy csak azok végpontjait összekötő burkológörbét tudjuk ábrázolni.

A villamos gyakorlat számára fontos impulzus jelek, stb. tartoznak ide.



1.1.1.1.4. Tranziens jelek ábrázolása idő és frekvencia tartományban

Jellemzés időtartományban:



A jeleket az időfüggvénnyel vagy (gyakrabban) annak grafikus ábrázolásával jellemezzük.

Jellemző paraméterek:

t_d **késleltetési idő** (0-10% jelfelfutás között eltelt idő)

t_f **felfutási idő** (10-90% jelfelfutás között eltelt idő)

$T_{x\%}$ **x% beállási idő** (az az idő ami a kezdettől eltelt addig amíg a csillapodó jel először úgy lép be a megadott x szélességű sávba, hogy többet nem lép ki onnan)

δ **túllövés** (a legnagyobb jel értéke a 100 %-os jelhez viszonyítva)

A felfutási időhöz hasonlóan definiálhatjuk a **lefutási időt** (t_l az az idő, ami ahhoz szükséges, hogy a jel a 90% értékről a 10%-ra csökkenjen.)

Jellemzés frekvencia tartományban

A frekvencia tartományba a **Fourier-transzformációval** ($\mathcal{F}\{\}$) térünk át.

$$F(f) = \mathcal{F}\{f(t)\}$$

illetve **inverz Fourier-transzformációval** térünk vissza az időtartományba:

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}\{F(f)\}$$

Az elektronikában különösen fontosak egy meghatározott időpillanatban belépő jelek, azaz csak a $t \geq 0$ időtartományban értelmezhető jelek. Az ilyen jelekre alkalmazható az egyoldalas Fourier-transzformáció, a **Laplace-transzformáció**:

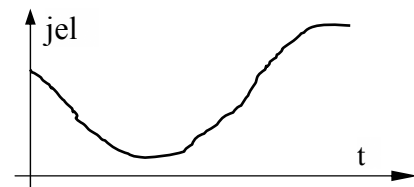
$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$$

illetve **inverz Laplace-transzformációval** térhetünk vissza az időtartományba:

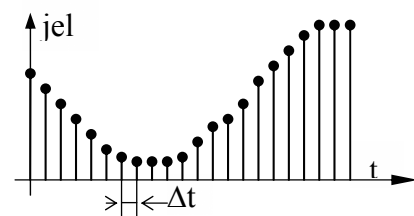
$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$$

1.1.1.2. Csoportosítás az értéktartományok folytonossága alapján

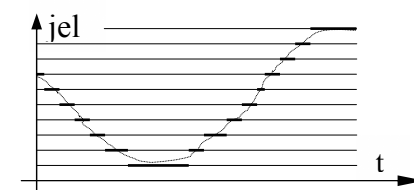
a) **Analóg jel:** mind a jel, mind az idő értéktartománya folytonos és korlátlan.



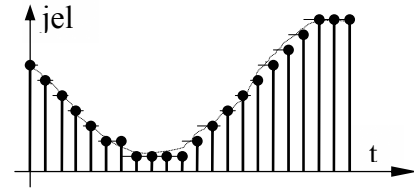
b) **Analóg diszkrét jel:** a jel értéktartománya folytonos, de az idő csak meghatározott diszkrét értékeket vehet fel (ez a mintavételezés után kapott jel esete)



c) **Kvantált jel:** a jel meghatározott értékeket vehet fel (a jel értéktartománya diszkrét), az idő értéktartománya folytonos.



d) **Mintavételezett és kvantált jel:** Mind a jel, mind az idő meghatározott értékeket vehet csak fel (mindkét értéktartomány diszkrét).



A kvantálás és a mintavételezés szabályait, tulajdonságait az analóg-digitális (A/D) és a digitális-analóg (D/A) konverziókkal foglalkozó fejezet tartalmazza.

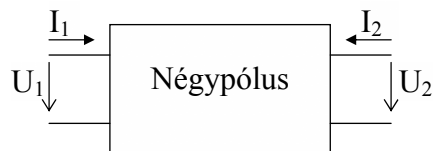
1.2. Négypólus-elmélet alapjai

A négypólusok az elektrotechnika-elektronika fontos építőelemei. A villamos gyakorlatban gyakoriak az összetett, bonyolult kapcsolások, amelyek vizsgálata –az elemek nagy száma miatt– gyakorlatilag lehetetlen vagy csak speciális körülmények fennállása esetén lehetséges. Megoldást jelenthet, ha az összetett rendszert kisebb egységekre bontva tudjuk vizsgálni, majd a részeket újra összerakva az egész viselkedése, tulajdonságai meghatározhatók.

A négypólusok (egyes irodalmakban kétpóluspárok) azon az alapelven alapulnak, hogy az egyes villamos rendszereket elegendő meghatározott szempontok szerint jellemezni és ha tudunk találni rendszer jellemző paramétereket vagy függvényeket, akkor a rendszer egyéb tulajdonságai is meghatározhatók ezek segítségével. Ily módon például, ha egy erősítőhöz egyéb egységet akarunk csatlakoztatni, akkor ebből a szempontból nem érdekes az erősítő konkrét kapcsolása, csak a viselkedése a kimeneten ill. a bemeneten és ebből az összekapcsolás után az eredő rendszer viselkedését, legfontosabb tulajdonságait (egy adott szempontból) meg tudjuk határozni.

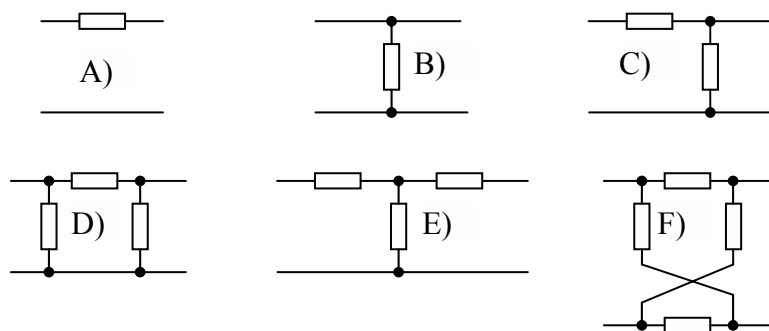
A négypólusok esetén a rendszer tulajdonságait a kimeneti és a bemeneti villamos jelek segítségével határozzuk meg. A négypólus elméletet eredetileg lineáris, koncentrált paraméterű elemeket tartalmazó rendszerekre (ideális ellenállás, kondenzátor, induktivitás, generátor és transzformátort tartalmazó áramkörökre) dolgozták ki (bár a valóságban ilyen alkatrészek nem léteznek), de alapvetően nemlineáris elemek (pl. dióda, tranzisztor, vasmagos tekercs, stb.) esetén is gyakran alkalmazzák, ha azok szakaszonként lineárisnak tekinthetők vagy linearizálhatóak (elsősorban az elektronikában élünk ezzel a lehetőséggel).

1.2.1. A négypólusok pozitív vonatkoztatási irányai:



Az ábrán látható feszültség és áram irányok egyben a *pozitív vonatkoztatási irányok*, amelyek arra szolgálnak, hogy az adott irányokhoz képesti változásokat értelmezni lehessen. Ugyanezeket a vonatkoztatási irányokat használjuk a későbbiekben az elektronika négypólusainál is beleértve a digitális elektronikát is.

Jellegzetes négyfázisok:



- A) soros elem (vezeték impedancia, stb.)
- B) párhuzamos elem (átvezetések, stb.)
- C) osztó áramkör
- D) π -tag (elosztott paraméterű hálózatok, stb.)
- E) T-tag (inverz elrendezése a D esetnek)
- F) X-tag (csatolások, stb.)

A négyfázisok lehetnek fizikailag megvalósított áramkörök, de gyakran modellezzük olyan villamos jelenségeket is a fenti módon, amelyek egyébként nem koncentrált paraméterűek, pl. vezetékek közötti induktív és kapacitív kapcsolat, átvezetés, stb.

1.2.2. Négyfázis-paraméterek

A két-két feszültségből és áramból kettő független kettő függő változó, így összesen 6 különböző paraméter sereget lehet felállítani, amelyek (miután ugyanarra a rendszerre vonatkoznak) összefüggnek egymással.

A lehetséges 6 négyfázis-paraméter:

- Z** impedancia
- Y** admittancia
- H** hibrid
- D** inverz hibrid
- A** lánc
- B** inverz lánc

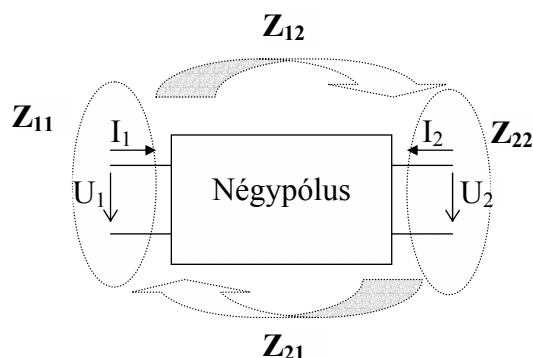
Az elektronikában különleges gyakorlati jelentősége a **Z**, **Y** és a **H** paramétereknek van. Az alábbiakban csak a Z paraméterekkel foglalkozunk, azokkal is csak az elektronikában szükséges mértékig, de a tranzisztor paraméterek leírásánál megjelennek a H paraméterek is. Részletesebb információ, beleértve a paraméterek közötti kapcsolatot is, az [1] irodalomban található.

Z paraméterek

*A **Z** paraméterekre felírhatók a következő egyenlőségek (mátrix alakban):*

$$\begin{bmatrix} \overline{U_1} \\ \overline{U_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Z_{11}} & \overline{Z_{12}} \\ \overline{Z_{21}} & \overline{Z_{22}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{I_1} \\ \overline{I_2} \end{bmatrix}$$

A \underline{Z} paraméterek értelmezése:



$$\bar{Z}_{11} = \left. \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_1} \right|_{\bar{I}_2=0} \quad \text{üresjárási bemeneti impedancia}$$

$$\bar{Z}_{22} = \left. \frac{\bar{U}_2}{\bar{I}_2} \right|_{\bar{I}_1=0} \quad \text{üresjárási kimeneti impedancia}$$

$$\bar{Z}_{12} = \left. \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_2} \right|_{\bar{I}_1=0} \quad \text{üresjárási transzfer impedancia}$$

$$\bar{Z}_{21} = \left. \frac{\bar{U}_2}{\bar{I}_1} \right|_{\bar{I}_2=0} \quad \text{üresjárási transzfer impedancia}$$

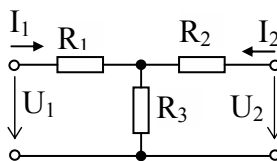
Az *üresjárási impedancia* azt jelenti, hogy sem a kimenet nincs terhelve ($I_2=0$), sem a bemenetet tápláló generátornak nincs belső ellenállása ($R_g=0$).

A *transzfer impedancia* elnevezés onnan származik, hogy ez a paraméter mutatja a ki- és bemenet egymásra hatását.

Egyszerűsítő feltételek

- **Reciprok** a négypólus, ha a $Z_{12}=Z_{21}$. Ekkor elegendő három paraméter a négypólus jellemzésére.
- **Szimmetrikus** a négypólus, ha a ki- és a bemeneti kapcsokat felcserélve a számított négypólus paraméterek nem változnak meg. Ekkor két paraméter is egyértelműen leírja a négypólus viselkedését.

Példa: Határozzuk meg az alábbi áramkör Z paramétereit.



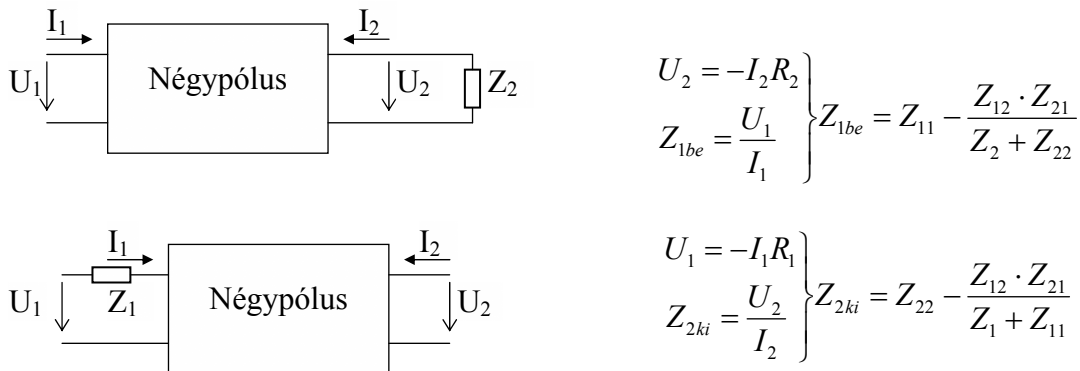
Megoldás:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{11} &= \left. \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_1} \right|_{\bar{I}_2=0} = R_1 + R_3 & \bar{Z}_{12} &= \left. \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_2} \right|_{\bar{I}_1=0} = R_3 \\ \bar{Z}_{21} &= \left. \frac{\bar{U}_2}{\bar{I}_1} \right|_{\bar{I}_2=0} = R_3 & \bar{Z}_{22} &= \left. \frac{\bar{U}_2}{\bar{I}_2} \right|_{\bar{I}_1=0} = R_2 + R_3\end{aligned}$$

A négy-pólus reciprok, de csak akkor szimmetrikus, ha $R_1=R_2$. (A geometriai szimmetria nem jelent automatikusan villamos szimmetriát is.)

Alkalmazási példa:

A bemeneti és a kimeneti impedancia meghatározása az üresjárási impedanciákból.

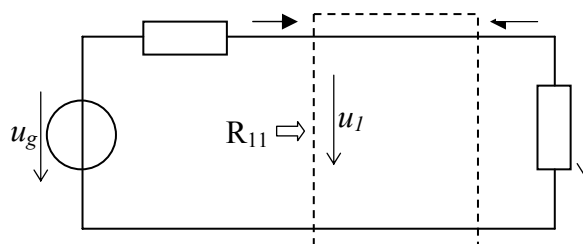


A négy-pólus paraméterek segítségével tetszőleges lezárások esetén meghatározhatóak az impedanciák, a sorba vagy párhuzamosan kötött négy-pólusok eredője, stb.

1.2.3. Négy-pólusok illesztése

A négy-pólusok lezárását akkor tekintjük illesztettnek, ha a négy-pólusból kicsatolható teljesítmény a legnagyobb, minden más lezáró impedanciához viszonyítva.

A valóságos generátorból kivehető maximális teljesítmény meghatározásához vizsgáljuk meg (feltételezve egy üres négy-pólust), hogy milyen lezáró impedancia mellett vehető ki ez a teljesítmény:



$$i_1 = -i_2, u_1 = u_2 \text{ és } R_{11} = R_t$$

A generátorból kivethető maximális teljesítmény (belső teljesítmény):

$$P_{b\max} = \max.\{u_1 \cdot i_1\}$$

$$\frac{\partial P_b}{\partial R_t} = 0 = \frac{\partial \left\{ \left(\frac{u_g}{R_g + R_t} \right)^2 R_t \right\}}{\partial R_t} \Rightarrow R_g = R_{11} = R_t$$

$$P_{b\max} = \frac{u_g^2}{4R_g}$$

Általánosítva az összefüggést komplex impedanciákra az illesztés feltétele, hogy $\bar{Z}_g = \bar{Z}_t^*$ legyen (ez azt jelenti, hogy mivel hatásos teljesítmény csak az impedancia valós részén keletkezik, a generátor impedanciájának reaktáns részét a terhelő impedanciával ki kell ejteni).

A fogyasztón ténylegesen keletkező teljesítmény:

$$P_t = \frac{u_g^2}{(R_g + R_t)^2} R_t$$

A teljesítmény átviteli tényező

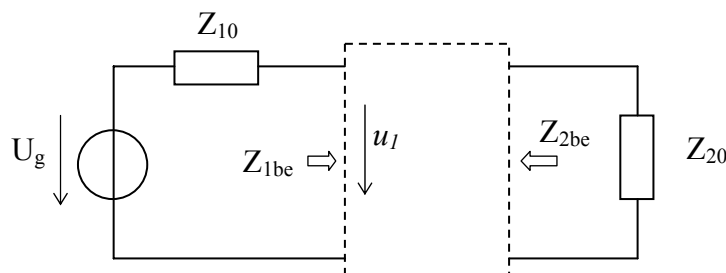
$$|\Gamma| = \frac{P_{b\max}}{P_t} = \frac{\frac{u_g^2}{4R_g}}{\frac{u_g^2}{(R_g + R_t)^2} R_t} = \frac{(R_g + R_t)^2}{4R_g R_t}$$

Reflexiós tényező:

$$P_r = P_{b\max} - P_t$$

A fenti felfogás szerint a generátor mindig a maximális teljesítményt adja le csak annak egy részét felhasználjuk a másik részét visszasugározzuk (reflektáljuk) a generátorba. Ezt a modellt elsősorban a nagyfrekvenciás sugárzott energiákra alkalmazzák. A teljesítmény átviteli tényező maximális illesztett esetben.

Valóságos négyfólyust feltételezve a fenti megállapításokat úgy általánosíthatjuk, hogy bevezetjük a **hullámimpedanciák** fogalmát.



A maximális teljesítményillesztés feltétele:

$$Z_{10} = Z_{1be} \text{ és } Z_{20} = Z_{2be}$$

A Z_{10} és a Z_{20} impedanciákat *hullámimpedanciáknak* nevezzük és úgy értelmezzük, hogy a kimenetet Z_{20} impedanciával lezárva a bemenet Z_{1be} impedanciája Z_{10} kell legyen és fordítva. A hullámimpedanciáknak a mérés technikában és a telekommunikációban van kitüntetett jelentőségük.

1.3. Lineáris hálózatok leírása idő-, frekvencia- és komplex frekvencia tartományban

1.3.1. Leírás időtartományban

Koncentrált paraméterű, lineáris és időinvariáns rendszerek jellemzői közötti kapcsolatot differenciálegyenletekkel tudjuk leírni.

Általános esetben egy lineáris rendszer az alábbi állandó együtthatójú differenciálegyenlettel írható le, ha a bemeneti jel időfüggvényét $x_b(t)$, a kimeneti jel időfüggvényét $x_k(t)$ jelöljük:

$$b_n \frac{d^n x_k(t)}{dt^n} + \dots + b_1 \frac{dx_k(t)}{dt} + b_0 x_k(t) = a_m \frac{d^m x_b(t)}{dt^m} + \dots + a_1 \frac{dx_b(t)}{dt} + a_0 x_b(t)$$

Az a_i és b_j együtthatók lineáris, koncentrált paraméterű és időinvariáns rendszerek esetén mindig állandó és valós értékek.

Ez az egyenlet általános esetben nehezen oldható meg, különösen sok reaktáns elemet tartalmazó hálózatonál, mivel a differenciálegyenlet rendszáma (n és m) legalább megegyezik az áramkörben található reaktáns elemek számával.

A ki- és bemeneti jellemzők közötti kapcsolat meghatározásának egy másik lehetséges módja –a differenciálegyenlet közvetlen megoldásán túl- *rendszerjellemező függvények* meghatározása. A rendszerjellemező függvények segítségével tetszőleges bemeneti jel esetén a kimeneti jel meghatározható. Időtartományban a gyakorlat számára -a differenciálegyenlet közvetlen megoldása helyett- két (a komplex időfüggvényt is figyelembe véve három) speciális bemeneti jelet választottak, amelyek kielégítik a rendszerjellemező függvényekkel szemben támasztott követelményeket.

A) Dirac-delta (impulzusfüggvény) $\delta(t)$

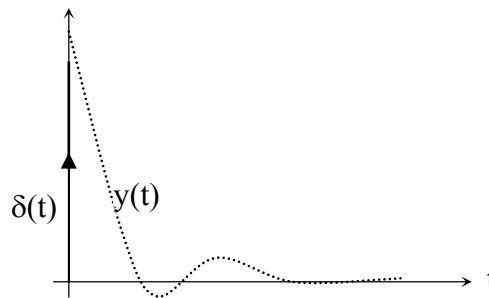
Matematikai jel, amely villamosan nem állítható elő, de jó közelítéssel modellezhető rendkívül vékony impulzussal (az impulzus szélessége tart a nullához). Jellemzője, hogy területe a teljes időtartományban egységnyi.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

Ha a bemeneti jel a Dirac-delta $\{x_b(t) = \delta(t)\}$, akkor a rendszer válaszfüggvénye (a kimeneti jel) a **súlyfüggvény** $\{x_k(t) = y(t)\}$.

A súlyfüggvény rendszerjellemező függvény, mivel segítségével tetszőleges bemeneti jel esetén a kimeneti jel meghatározható.

Pl. egy tipikus súlyfüggvény



B) Egységugrás függvény: $1(t)$ vagy $\varepsilon(t)$

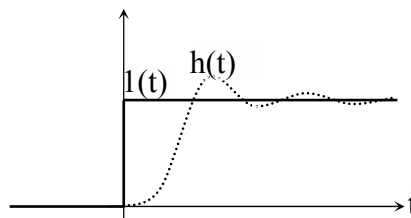
A villamos gyakorlatban könnyen előállítható és nagyon gyakran előforduló jel. Minden bekapcsolási jelenséget ennek a jelnek a segítségével modellezhetünk.

$$1(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha } t \geq 0 \\ 0, & \text{ha } t < 0 \end{cases}$$

Ha a bemeneti jel az egységugrás függvény $\{x_b(t)=1(t)\}$, akkor a rendszer válaszfüggvénye (a kimeneti jel) az **átmeneti függvény** $\{x_k(t)=h(t)\}$.

Az átmeneti függvény rendszerjellemező függvény, mivel segítségével tetszőleges bemeneti jel esetén a kimeneti jel meghatározható.

Pl. Egy általános átmeneti függvény:



Összefüggés a súlyfüggvény és az átmeneti függvény, valamint a Dirac-delta függvény és az egységugrás függvény között:

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$$

$$y(t) = \frac{dh(t)}{dt}$$

A kimeneti jel meghatározása időtartományban a súly- és az átmeneti függvény ismeretében tetszőleges bemeneti jel esetén:

A kapcsolatot a konvolúció tétel (más elnevezésekkel Faltung integrál, Duhamel-tétel, eltolási tétel) teremti meg.

A súlyfüggvény ismeretében:

$$x_k(t) = \int_0^t x_b(\tau) \cdot y(t-\tau) d\tau = \int_0^t y(\tau) \cdot x_b(t-\tau) d\tau$$

Az átmeneti függvény ismeretében, felhasználva a súlyfüggvény és az átmeneti függvény közötti összefüggést:

$$x_k(t) = \int_0^t x_b(\tau) \cdot \dot{h}(t-\tau) d\tau + x_b(0)h(t) = \int_0^t \dot{h}(\tau) \cdot x_b(t-\tau) d\tau + x_b(0)h(t)$$

A konvolúció tétel rövidített leírással:

$$x_k(t) = x_b(t) * y(t)$$

A konvolúció tétel megoldása összetett rendszerekre bonyolult, egyszerűbb lehetőség az áttérés a frekvencia tartományba, majd inverz transzformációval visszatérés az idő tartományba.

1.3.2. Leírás frekvencia tartományban

A frekvencia tartományba a *Laplace-transzformációval* térünk át (csak belépő jelekkel foglalkozunk a gyakorlatban, így általában nincs szükség a Fourier transzformációra.) A Laplace-transzformáció kidolgozott matematikai háttére, a táblázatosan rendelkezésre álló transzformációk a leggyakoribb függvényekre, a módszert rendkívül hasznossá teszi a mindennapi gyakorlat számára. A gyakorlatban általában nincs szükség a transzformáció közvetlen végrehajtására. (lásd pl. Bronstejn-Szemengyajev: Matematikai zsebkönyv mérnököknek, Műszaki Könyvkiadó, 1974)

A Laplace transzformáció legfontosabb előnyei közé tartozik, hogy az integrálást és a deriválást szorzásba és osztásba transzformálja, így a nagy differenciálegyenletek polinom műveletekbe transzformálódnak át.

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^n(\quad)}{dt^n}\right\} = s^n$$

$$\mathcal{L}\left\{\int(\quad)dt\right\} = \frac{1}{s}$$

Alkalmazva az összefüggéseket a korábban felírt általános differenciálegyenleten, transzformálva az egyenlet mindkét oldalát, valamint bevezetve a $\mathcal{L}\{x_b(t)\} = X_b(s)$ és a $\mathcal{L}\{x_k(t)\} = X_k(s)$ jelöléseket, kapjuk az alábbi összefüggéseket:

$$\mathcal{L}\left\{b_n \frac{d^n x_k(t)}{dt^n} + \dots + b_1 \frac{dx_k(t)}{dt} + b_0 x_k(t) = a_m \frac{d^m x_b(t)}{dt^m} + \dots + a_1 \frac{dx_b(t)}{dt} + a_0 x_b(t)\right\} \Rightarrow$$

$$b_n s^n X_k(s) + \dots + b_1 s X_k(s) + b_0 X_k(s) = a_m s^m X_b(s) + \dots + a_1 s X_b(s) + a_0 X_b(s)$$

A bemeneti és a kimeneti jel Laplace-transzformáltját szétszeparálva kapjuk:

$$X_k(s)(b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0) = X_b(s)(a_m s^m + \dots + a_1 s + a_0)$$

A kapott egyenlet valós együtthatós n . ill. m . rendű polinom, amelynek megoldása a fentieknél sokkal egyszerűbb. A bemeneti jel Laplace-transzformáltja a gyakorlatban használt legtöbb villamos jelre rendelkezésre áll, az eredményül kapott kimeneti jel Laplace-transzformáltjának visszatranszformálására időtartományba több módszer is ismert (pl. táblázatos, kifejtési tétel, residuum tétel, stb.).

A fenti egyenlet segítségével egy újabb rendszerjellemező függvényt lehet definiálni az **átviteli függvényt**:

$$Y(s) = \frac{X_k(s)}{X_b(s)} = \frac{a_m s^m + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0} = \frac{\sum_{i=0}^m a_i s^i}{\sum_{j=0}^n b_j s^j}$$

Az egyenlet átrendezése alapján látható, hogy az átviteli függvény ismerete (**Y(s)**) egy rendszerre lehetővé teszi tetszőleges bemeneti jel esetén a kimeneti jel meghatározását:

$$X_k(s) = Y(s) \cdot X_b(s)$$

Ismert a két időtartományi vizsgáló jelünk Laplace-transzformáltja is:

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$$

$$\mathcal{L}\{1(t)\} = 1/s$$

Ezek segítségével meghatározhatjuk a súlyfüggvény, az átmeneti függvény valamint az átviteli függvény kapcsolatát:

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) \text{ (az átviteli függvény a súlyfüggvény Laplace-transzformáltja)}$$

$$\mathcal{L}\{h(t)\} = Y(s)/s$$

A komplex frekvencia tartományba a Laplace operátor és a komplex frekvencia közötti kapcsolat ismeretében lehet áttérni:

$$s = \sigma + j\omega \text{ és mivel } \sigma \text{ eltolás} = 0 \text{ vesszük, ezért } s = j\omega$$

Formális behelyettesítés után nyerjük az átviteli függvény komplex frekvencia tartományban értelmezett alakját **Y(jω)**:

$$\overline{Y(j\omega)} = \frac{X_k(j\omega)}{X_b(j\omega)} = \frac{\sum_{i=0}^m a_i (j\omega)^i}{\sum_{j=0}^n b_j (j\omega)^j} = |Y(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

1.3.3. Az átviteli függvény ábrázolási módszerei

Az átviteli függvényből következtetéseket lehet levonni a rendszer főbb tulajdonságaira, pl. a határfrekvenciákra, stabilitásra, stb., ezért fontos, hogy olyan ábrázolási módot alkalmazzunk, amely alkalmas az adott feladathoz legjobban illeszkedő módon ábrázolni az átviteli függvényt.

A leggyakoribb ábrázolási módok:

Gyök-hely görbe

Nyquist diagram

Bode diagram

Mindegyik ábrázolási mód más és más célt szolgál. Az egyes ábrázolási módok legjellemzőbb tulajdonságait az alábbiakban foglaltuk össze.

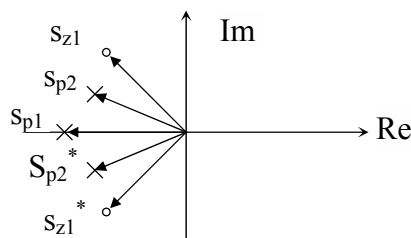
A) Gyök-hely görbe

A kiindulás az átviteli függvény polinomos alakja:

$$Y(s) = \frac{X_k(s)}{X_b(s)} = \frac{a_m s^m + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0} = \frac{a_m \prod_{i=1}^m (s - s_{zi})}{b_n \prod_{j=1}^n (s - s_{pj})}$$

Az s_{zi} a számláló i . gyöke (elnevezése zérus, jelölése o), az s_{pj} a nevező j . gyöke (elnevezése pólus, jelölése x).

A valós együtthatójú polinomnak csak valós vagy konjugált komplex gyökei lehetnek. A konstans (a_m/b_n) ez a módszer nem ábrázolja.



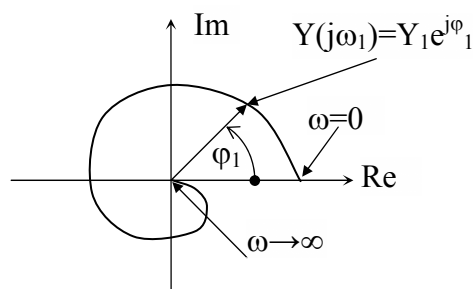
Ez az ábrázolási módszer egyszerű szerkezetű, a teljes rendszert ábrázolja az erősítés kivételével, de kevésbé szemléletes, nehezen áttekinthető, elsősorban tervezéshez (pl. szűrő tervezésre) kiválóan alkalmas.

B) Nyquist diagram

Kiindulás az átviteli függvény komplex frekvenciás alakja: $\overline{Y(j\omega)} = |Y(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$

Ábrázoljuk minden frekvencia esetén az adott frekvenciához tartozó vektort, de csak a vektorok végpontjait kötjük össze:

Pl.



A módszer nagy előnye, hogy a teljes frekvencia tartományt ábrázolja, szemléletes képet ad a rendszer viselkedéséről és stabilitásáról, de a széles frekvencia tartomány miatt megszerkesztése gyakran nehézkes. Elsősorban szabályzástechnikai tervezések és vizsgálatok során alkalmazzák.

C) Bode diagram

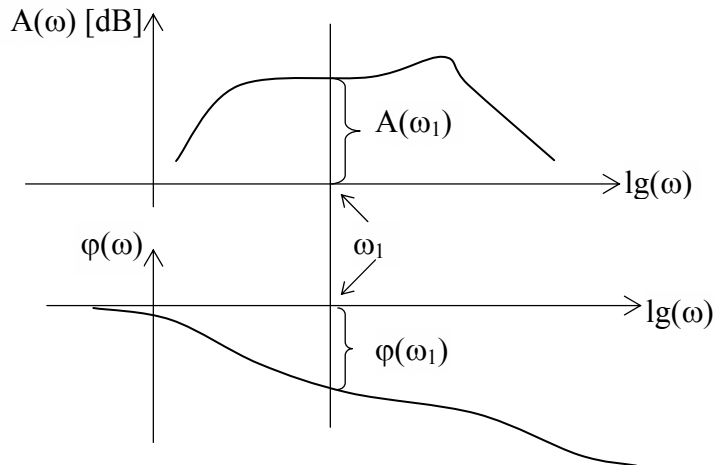
Kiindulás az átviteli függvény komplex frekvenciás alakja (a Nyquist-féle ábrázoláshoz hasonlóan).

$$\overline{Y(j\omega)} = |Y(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = 20\lg|Y(j\omega)|$$

Külön karakterisztikában ábrázoljuk az amplitúdót és a fázist a frekvencia függvényében. A nagyobb frekvencia és amplitúdó tartomány átfogása érdekében mind a frekvenciát, mind az amplitúdót logaritmikus skálán ábrázoljuk.

Pl.



A módszer az áramkör szempontjából meghatározó frekvencia tartományt ábrázolja, így nagyon szemléletes. A rendszer stabilitása egyszerűen meghatározható a segítségével. Elsősorban az elektronikai gyakorlatban alkalmazott ábrázolási módszer, de terjedőben van az automatizálási tervezésekben is. Az ω_1 frekvencián bemutattuk a Nyquist és a Bode diagrammok közötti kapcsolatot.

1.3.4. Logaritmikus egységek az elektronikában

Az elektronikában mind a frekvenciát, mind az átviteli függvény abszolút értékét (amely a kimeneti és bemeneti jel viszonyának -erősítés- abszolút értéke) általában valamilyen logaritmikus egységben ábrázoljuk.

Teljesítményviszonyra vonatkozó logaritmikus egység (a_p):

$$a_p = 10\lg\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \text{ mértékegysége: dB (decibel)}$$

Tételezzük fel, hogy a P_1 teljesítmény egy R_1 ellenálláson, a P_2 teljesítmény egy R_2 ellenálláson keletkezett, akkor a viszonyukra felírható:

$$a_p = 10\lg\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = 10\lg\left(\frac{\frac{U_1^2}{R_1}}{\frac{U_2^2}{R_2}}\right) = \underbrace{20\lg\left(\frac{U_1}{U_2}\right)}_{a_u} + 10\lg\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$a_u = 20\lg\left(\frac{U_1}{U_2}\right)$$

A **feszültségre** vonatkozó dB (a_u) és a teljesítményre vonatkozó dB (a_p) akkor számítható át egymásba, ha ismertek azok az impedanciák, amelyeken az adott teljesítményeket

értelmezzük (általában nem ismertek). Ha nem ismertek, akkor a két viszonyszámot egymástól függetlenül, mint teljesítményre vonatkozó dB és mint feszültségre vonatkozó dB használjuk.

A mérés technikában -mivel a műszerek egy mennyiséget (feszültséget) mérnek- egy referencia szintet (abszolút teljesítmény szintet) kell definiálni.

Az **abszolút jelszint**: $P_0=1$ mW teljesítmény $R_0=600\ \Omega$ ellenálláson, ami $U_0\approx 0.775$ V feszültségnek felel meg.

Lehetséges a viszonyítás más impedanciához, így vannak műszerek, ahol a viszonyítás $R_0=50\ \Omega$ ellenállásra történik (a jelgenerátorok, koaxiális kábelek, stb. használják ezt az impedancia szintet), ami $U_0\approx 0.228$ V feszültségnek felel meg. Különösen mikrohullámok esetén a mW túl nagy egység ezért alkalmaznak μ W-hoz történő viszonyítást is. A referencia jelszintre vonatkozó dB értékeket általában külön jelöljük, pl. dBm, dB μ (mikrowatt teljesítményszint esetén).

Létezik a teljesítményviszonyoknak a természetes alapú logaritmus szerinti viszonyítása is ($\ln(P_1/P_2)$, mértékegység N=Neper), azonban ez visszaszorulóban van, általánosan a dB elfogadott.

Frekvencia viszonyok:

$$\lg\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right) \quad [D] \text{ [dekád]}$$

Elsősorban a nemzetközi irodalomban ismert a frekvenciák kettes logaritmus alapú viszonyítása is:

$$\lg_2\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right) \quad [O] \text{ [oktáv]}$$

A két frekvencia-viszonyszám egymásba átszámítható: $1 D = 3.32 O$.

Az amplitúdó karakterisztikát mindig dB-ben, míg a frekvenciát logaritmikus skálán ábrázoljuk.

Az amplitúdó karakterisztikák változásait a görbe meredekségével adják meg, pl: dB/D vagy dB/O. 20 dB/D megfelel 6 dB/O meredekségnek.

1.3.5. Amplitúdó és fázisdiagram szerkesztése Bode építő elemekből

A Bode diagram az átviteli függvény komplex frekvenciás alakján alapul. Az átviteli függvény általános esetben felírható a zérusok és pólusok ismeretében:

$$\overline{Y(j\omega)} = k \frac{\prod_{i=1}^m |Y_{zi}(\omega)| e^{j\varphi_{zi}(\omega)}}{\prod_{j=1}^n |Y_{pj}(\omega)| e^{j\varphi_{pj}(\omega)}} = |Y(\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

$$|Y(\omega)| = k \frac{\prod_{i=1}^m |Y_{zi}(\omega)|}{\prod_{j=1}^n |Y_{pj}(\omega)|}$$

$$A(\omega) = 20 \lg \left(k \frac{\prod_{i=1}^m |Y_{zi}(\omega)|}{\prod_{j=1}^n |Y_{pj}(\omega)|} \right) = 20 \lg k + 20 \left[\sum_{i=1}^m (\lg |Y_{zi}(\omega)|) - \sum_{j=1}^n (\lg |Y_{pj}(\omega)|) \right]$$

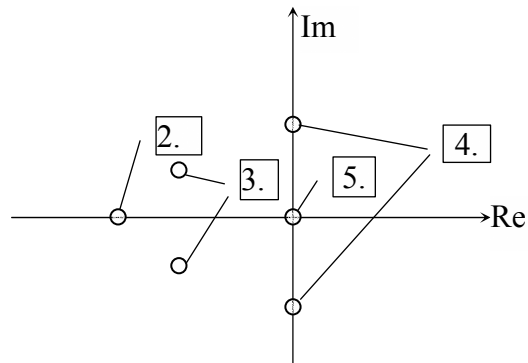
$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^m \varphi_{zi}(\omega) - \sum_{j=1}^n \varphi_{pj}(\omega)$$

Az amplitúdó-karakterisztika egyenletéből látható, hogy az eredő amplitúdó karakterisztika a konstans, a zérusok és a pólusok elemi karakterisztikájából grafikus összeadással és kivonással megszerkeszthető. Ugyanez igaz a fázis-karakterisztikára is.

A módszert az teszi használhatóvá, hogy a képezhető elemi karakterisztikák száma véges, így a véges elemi karakterisztika ismeretében tetszőleges bonyolultságú átviteli függvény egyszerűen ábrázolható.

Zérusokkal ábrázolva a lehetséges elemi eseteket:

1. konstans
2. valós tengelyen fekvő zérus
3. konjugált komplex gyökpár (zérus)
4. konjugált komplex gyökpár (zérus) az imaginárius tengelyen
5. origóban fekvő zérus



A konstans ábrázolását is beleértve összesen öt különböző eset lehetséges, mivel valós együttthatójú polinom gyökei csak valósak vagy konjugált komplexek lehetnek. Figyelembe véve a speciális határeseteket is (valós tengelyen fekvő gyök és imaginárius tengelyen fekvő gyök) adódik ki az öt eset.

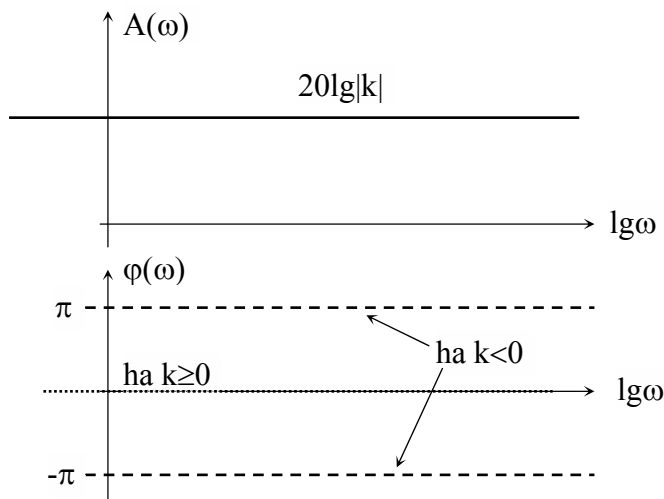
A pólus ábrázolása ugyanúgy történik, mint a zérus ábrázolása, csak a karakterisztikák a frekvencia tengelyre tükör-szimmetrikusak, ezért a továbbiakban csak a zérusok kerülnek ábrázolásra, amelyből a pólusok a fent említett módon szerkeszthetők meg (lásd gyakorlati példák).

1.3.5.1. Valós szám ábrázolása

$$Y(s) = \pm k \Rightarrow Y(j\omega) = |k|e^{j\varphi}$$

$$|Y(j\omega)| = |k| \Rightarrow A(\omega) = 20 \lg |k|$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} 0, & \text{ha } k \geq 0 \\ \pm\pi, & \text{ha } k < 0 \end{cases}$$



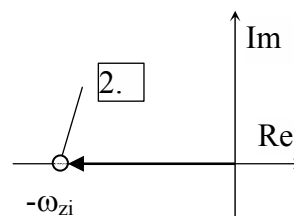
1.3.5.2. Valós tengelyen fekvő zérus ábrázolása

Az átviteli függvény elemi egységének alakja valós gyök esetén: $Y_{zi}(s)=1+as$ (a valós együttható).

A gyök a negatív valós tengelyen helyezkedik el, az origótól ω_{zi} távolságban, ezért $s_{zi}=-\omega_{zi}$.

$$\omega_{zi} = \frac{1}{a}$$

$$Y_{zi}(s) = 1 - \frac{s}{s_{zi}} \Rightarrow Y_{zi}(j\omega) = 1 - \frac{j\omega}{-\omega_{zi}} = 1 + \frac{j\omega}{\omega_{zi}}$$



$$Y_{zi}(j\omega) = 1 + \frac{j\omega}{\omega_{zi}} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2} e^{j \arctg \frac{\omega}{\omega_{zi}}}$$

$$A(\omega) = 20 \lg \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2} \right) = 10 \lg \left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2 \right) \quad [dB]$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\omega}{\omega_{zi}}$$

Az amplitúdó és a fázis függvény értékét három kitüntetett esetben vizsgáljuk meg:

$$\omega \ll \omega_{zi} \Rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow 10 \lg(1) \rightarrow 0 \quad [dB]$$

$$\omega \ll \omega_{zi} \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_{zi}} \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi(\omega) \rightarrow 0$$

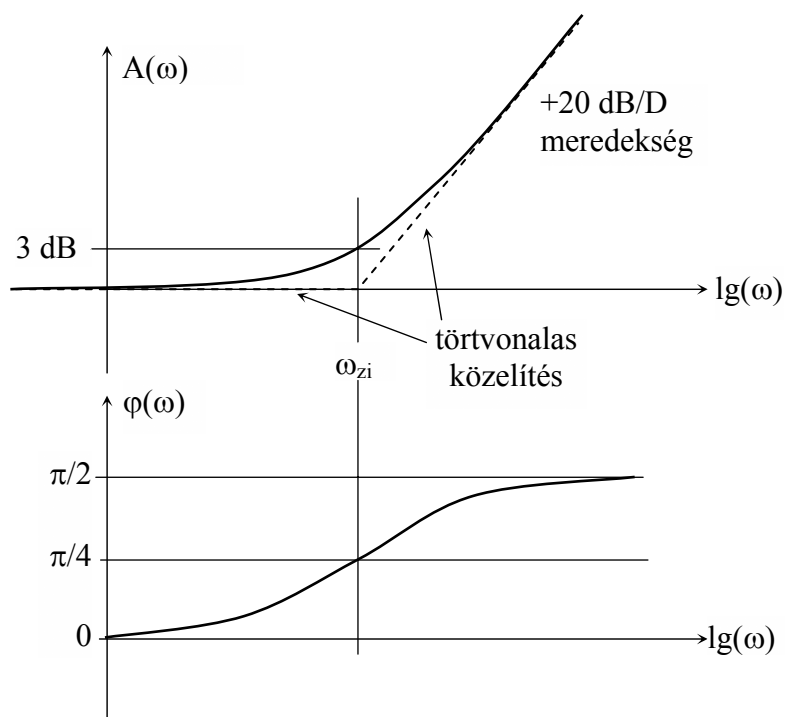
$$\omega = \omega_{zi} \Rightarrow A(\omega) = 10 \lg(1 + (1)^2) = 3 \quad [\text{dB}]$$

$$\omega = \omega_{zi} \Rightarrow \varphi(\omega) = \arctan 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\omega \gg \omega_{zi} \Rightarrow 1 \ll \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow 10 \lg\left(\left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2\right) \rightarrow 20 \lg\left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)$$

$$\omega \gg \omega_{zi} \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_{zi}} \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi(\omega) \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

Az $\omega \gg \omega_{zi}$ esetén kapott amplitúdó függvényt a $\lg \omega$ függvényében ábrázolva egy egyenest kapunk, amelynek meredeksége úgy számítható ki, hogy a frekvenciát 1D (tízszerez frekvencia viszony) értékkel megváltoztatva a függvény értéke $20 \lg(10) = +20$ dB-vel megváltozik. Ez +20 dB/D meredekségnek felel meg.



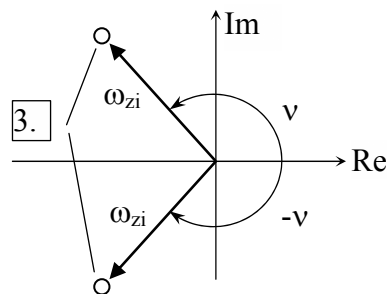
1.3.5.3. Konjugált komplex zérus

Az átviteli függvény elemi egységének alakja konjugált komplex gyök esetén: $Y_{zi}(s) = 1 + as + bs^2$. (Az a és b valós együtthatók).

(Figyelem! Önmagában ez az alak nem garantálja, hogy a gyök tényleg konjugált komplex, mert lehet két valós gyök is összeszorozva!)

A gyökök a reális tengelytől ω_{zi} távolságban és ν szögben szimmetrikusan helyezkednek el.

A gyökök általános alakja a gyök-hely görbéből felírva: $s_{zi} = \omega_{zi} e^{j\nu}$ és $s_{zi}^* = \omega_{zi} e^{-j\nu}$.



$$\begin{aligned}
Y_{zi}(s) &= \left(1 - \frac{s}{s_{zi}}\right) \left(1 - \frac{s}{s_{zi}^*}\right) = 1 - s \left(\frac{1}{s_{zi}} + \frac{1}{s_{zi}^*}\right) + \frac{s^2}{s_{zi}^2} = 1 - s \left(\frac{e^{j\nu} + e^{-j\nu}}{\omega_{zi}}\right) + \frac{s^2}{\omega_{zi}^2} = \\
&= 1 - s \frac{2 \cos \nu}{\omega_{zi}} + \frac{s^2}{\omega_{zi}^2} = 1 + 2\xi \frac{s}{\omega_{zi}} + \frac{s^2}{\omega_{zi}^2} \Rightarrow \\
\Rightarrow Y_{zi}(j\omega) &= 1 + j2\xi \frac{\omega}{\omega_{zi}} - \frac{\omega^2}{\omega_{zi}^2} = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2} e^{j \arctg \left[\frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_{zi}}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2} \right]}
\end{aligned}$$

A csillapítási tényező (fizikai tartalommal is rendelkezik) $\xi = -\cos(\nu)$. (A $\cos(\nu)$ negatív szám, mivel a gyök a bal félsíkon van és $\nu > 90^\circ$, így a csillapítási tényező pozitív).

Az elemei gyök egyenletének ($Y_{zi}(s) = 1 + as + bs^2$) együtthatói alapján a paraméterek meghatározhatók:

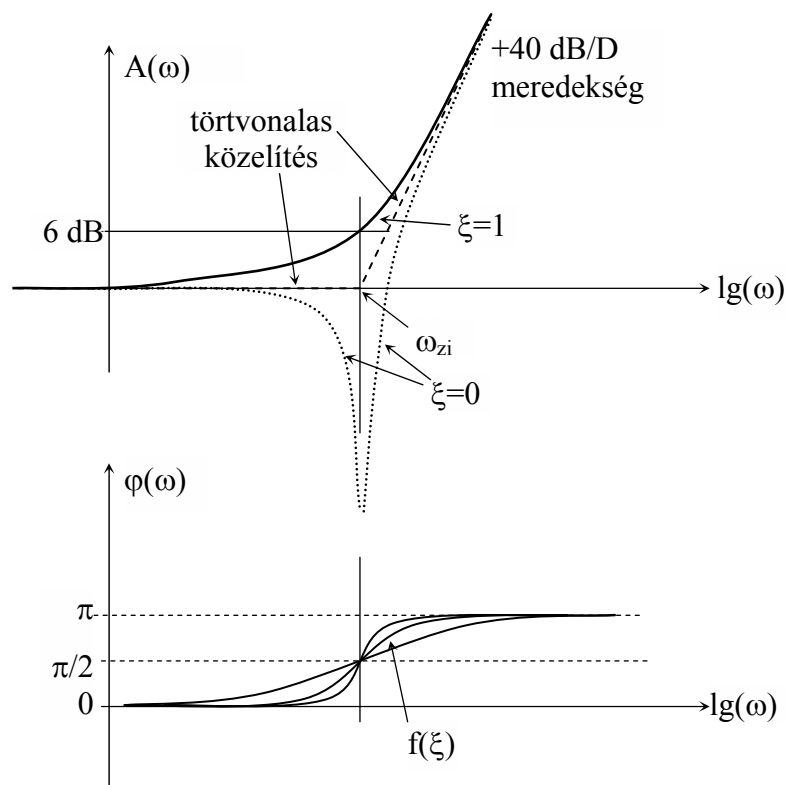
$$\begin{aligned}
b &= \frac{1}{\omega_{zi}^2} \Rightarrow \omega_{zi} = \frac{1}{\sqrt{b}} \\
a &= \frac{2\xi}{\omega_{zi}} \Rightarrow \xi = \frac{a}{2\sqrt{b}}
\end{aligned}$$

Az amplitúdó és a fázis függvény meghatározása a három kitüntetett esetre:

$$\begin{aligned}
\omega \ll \omega_{zi} &\Rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2 \rightarrow 0 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow 10 \lg(1^2) \rightarrow 0 \\
\omega \ll \omega_{zi} &\Rightarrow \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_{zi}}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2} \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi(\omega) \rightarrow \arctg 0 \rightarrow 0 \\
\omega = \omega_{zi} &\Rightarrow A(\omega) = 10 \lg \left(\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2 \right) \Rightarrow A(\omega) = 20 \lg(2\xi) \\
\omega = \omega_{zi} &\Rightarrow \varphi(\omega) = \arctg \left[\frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_{zi}}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2} \right] \Rightarrow \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}
\end{aligned}$$

$$\omega \gg \omega_{zi} \Rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2 \gg 1, \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^4 \gg \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow 40 \lg\left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)$$

$$\omega \gg \omega_{zi} \Rightarrow \varphi(\omega) = \arctg \left[\frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_{zi}}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}}\right)^2} \right] \Rightarrow \varphi(\omega) \rightarrow \pi$$



1.3.5.4. Konjugált komplex zérus a képzetes tengelyen

Az átviteli függvény elemi egységének alakja: $Y_{zi}(s) = 1 + as^2$.

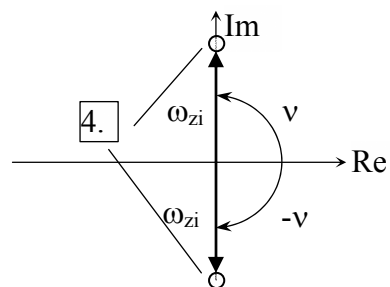
A gyökök a reális tengelytől ω_{zi} távolságban és $\nu=90^\circ$ -os szögben szimmetrikusan helyezkednek el. A gyökök: $s_{zi} = \omega_{zi}e^{j\pi/2}$ és $s_{zi}^* = \omega_{zi}e^{-j\pi/2}$.

Ez az eset levezethető a konjugált komplex gyökpár előző pontban tárgyalt általános esetéből, ha figyelembe vesszük, hogy a gyökhelyzet a $\xi=0$ esetnek felel meg.

$$Y_{zi}(s) = \left(1 + \frac{s}{s_{zi}}\right) \left(1 + \frac{s}{s_{zi}^*}\right) = 1 + \frac{s^2}{\omega_{zi}^2}$$

$$\Rightarrow Y_{zi}(j\omega) = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{zi}^2} = \left|1 - \frac{\omega^2}{\omega_{zi}^2}\right| e^{j\varphi}$$

$$\varphi = \begin{cases} 0 & \omega < \omega_{zi} \\ \pi & \omega > \omega_{zi} \end{cases}$$



$$\omega \ll \omega_{zi} \Rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}} \right)^2 \ll 1 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow 20 \lg(1) \Rightarrow A(\omega) \rightarrow 0$$

$$\omega \ll \omega_{zi} \Rightarrow \varphi(\omega) = 0$$

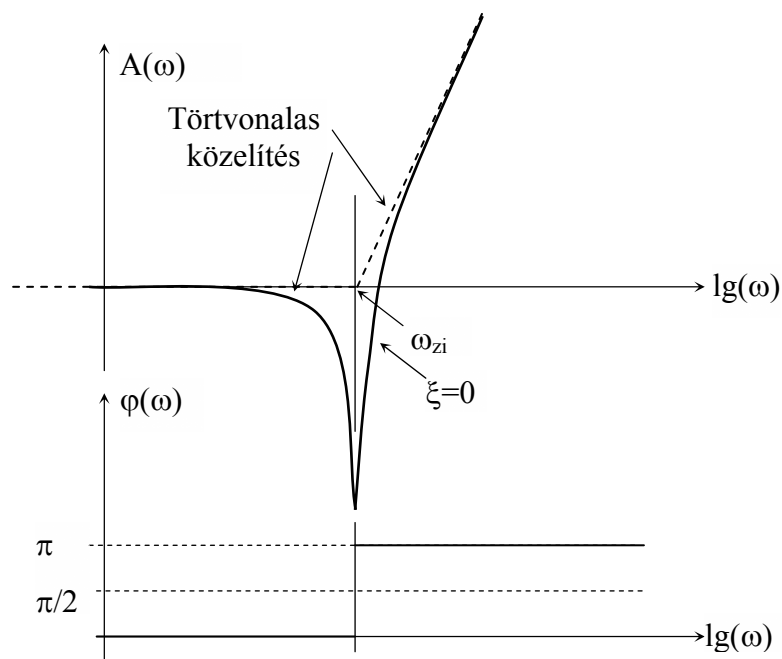
$$\omega = \omega_{zi} \Rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}} \right)^2 = 1 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow 20 \lg(0) \Rightarrow A(\omega) \rightarrow -\infty$$

$$\omega = \omega_{zi} \Rightarrow \varphi(\omega) \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{balról} \\ \pi & \text{jobbról} \end{cases}$$

$$\omega \gg \omega_{zi} \Rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}} \right)^2 \gg 1 \Rightarrow A(\omega) \rightarrow 20 \lg \left(\left(\frac{\omega}{\omega_{zi}} \right)^2 \right) \rightarrow 40 \lg \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}} \right)$$

$$\omega \gg \omega_{zi} \Rightarrow \varphi(\omega) = \pi$$

A fenti összefüggések alapján megrajzolható az amplitúdó és a fázis karakterisztika.



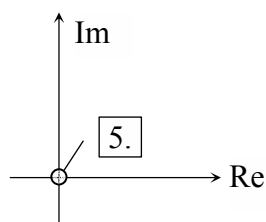
1.3.5.5. Origóban fekvő zérus

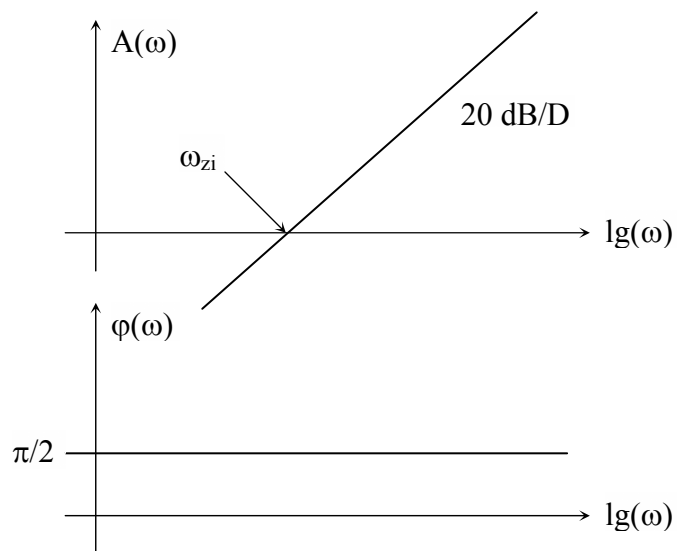
Az átviteli függvény elemi egységének alakja origóban fekvő gyök esetén: $Y_{zi}(s) = as$.

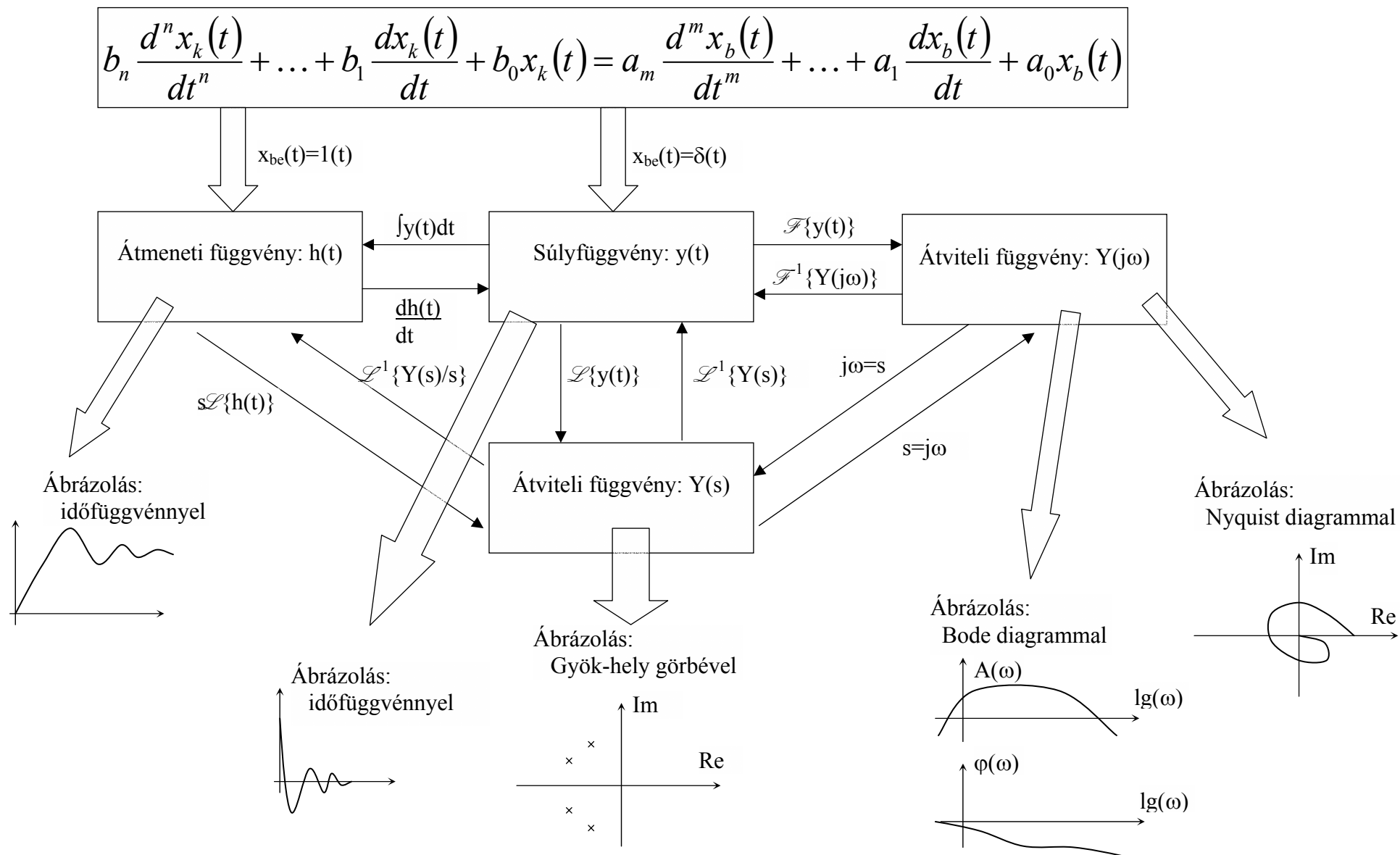
$$Y_{zi}(s) = \frac{s}{s_{zi}} \Rightarrow Y_{zi}(j\omega) = j \frac{\omega}{\omega_{zi}}$$

$$A(\omega) = 20 \lg \left(\frac{\omega}{\omega_{zi}} \right)$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$$







1.4. Szűrő alapismeretek

A gyakorlatban rendszeresen jelentkező feladat, hogy a frekvencia tartomány valamely meghatározott részét a tartomány többi része terhére kiemeljünk vagy elnyomjunk, azaz szűrjünk. A szűrés során az egyes frekvencia komponensek fázisa is különböző fázistorzulást szenvedhet, így azonos amplitúdó karakterisztikával rendelkező szűrők eltérő tulajdonságúak lehetnek az időtartományban. A szűrők megvalósítási technikájuk alapján lehetnek analóg vagy digitális szűrők. A fejezetben a szűrőkre vonatkozó általános és alapvető ismereteket foglaltuk össze. Az analóg szűrőkkel kapcsolatos további ismeretek találhatóak az Elektronika III. jegyzet Aktív szűrők fejezetében.

Négy alap szűrőtípus áll rendelkezésre:

Aluláteresztő szűrő
Felüláteresztő szűrő
Sáváteresztő szűrő
Sávzáró szűrő

Megjegyzés: a sáváteresztő és sávzáró szűrőknek ismertek olyan altípusai, amelyek csak egy frekvenciát szűrnek ki vagy engednek át, ezeket lyukszűrőknek nevezzük. Bár speciális tulajdonságúak, nem tekintjük új szűrőtípusnak őket.

A szűrők definiálása során – a feladat jellegéből következően – nem erősítésekről, hanem csillapításokról beszélünk. A 0 dB-nél kisebb erősítés a csillapítás.

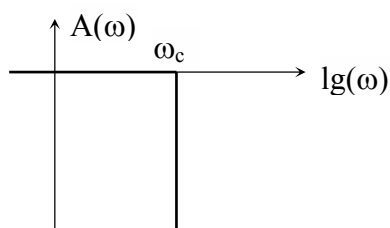
1.4.1. Aluláteresztő szűrő

Blokkséma jelölés:

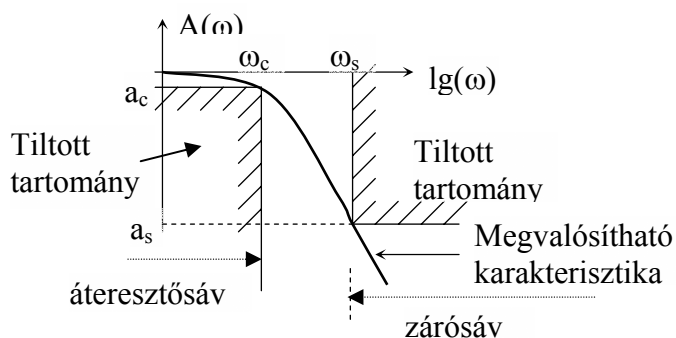


Feladata: egy meghatározott levágási frekvencia (ω_c) alatti jelek átengedése változatlan formában, a felette levő frekvencia komponensek kiszűrése.

Ideális aluláteresztő szűrő
karakterisztikája



Valóságos aluláteresztő szűrő
tolerancia séma



Az ideális szűrő karakterisztikája nem valósítható meg, mivel a végtelen meredekség megvalósítása végtelen rendszámú matematikai polinomot igényelne, amit véges számú alkatrészrel lehetetlen realizálni, ezért engedményeket kell tenni. Az engedmény mértékét a **toleranciaséma** mutatja. A megvalósítható szűrő átviteli karakterisztikája a besatírozott tartományokban nem haladhat.


A feladat realizálása érdekében toleranciát kell alkalmazni az egyes előírásokat illetően:

- az áteresztősávi csillapítás (a_c) nem nulla (mint ideális esetben), hanem egy fizikailag megvalósítható érték (általában -3 dB)

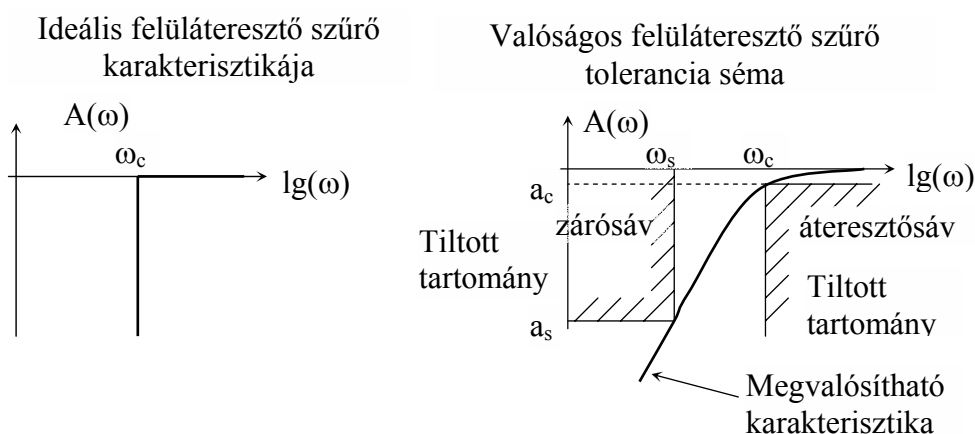
- az áteresztősáv határa az a frekvencia (f_c vagy ω_c), amelyen belül a csillapítás kisebb, vagy egyenlő lehet az áteresztősávi csillapítással
- a zárósávi csillapítás sem végtelen, hanem egy meghatározott frekvencián (f_s vagy ω_s) előírjuk a minimális értékét (a_s). Az előírt értéktől nagyobb lehet a csillapítás, de ez mind összetettebb fizikailag megvalósítható áramkört igényel.

A megvalósítható függvény alakját több matematikai polinommal is le lehet írni, amelyek alapvetően befolyásolják a szűrő egyéb, pl. dinamikus viselkedését, fáziskarakteristikáját, stb.

1.4.2. Felüláteresztő szűrő


Blokkséma jelölés: 

Feladata: egy meghatározott határfrekvencia (ω_c) feletti jelek átengedése változatlan formában, az alatta levő frekvencia komponensek kiszűrése.

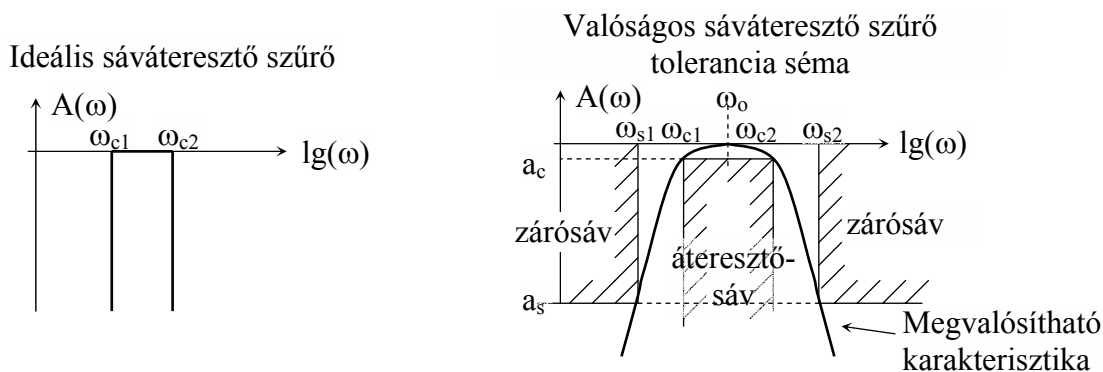


A toleranciaséma paramétereire ugyanaz vonatkozik, mint ahogy azt az aluláteresztő szűrők toleranciasémájánál definiáltuk.

1.4.3. Sáváteresztő szűrő

Blokkséma jelölés: 

Feladata: egy meghatározott frekvencia tartományba ($\omega_{c1} \dots \omega_{c2}$) eső jelek átengedése változatlan formában, a sávon kívül levő frekvencia komponensek kiszűrése.



Az ω_0 a sávközei frekvencia. A sáváteresztő szűrők mértanilag szimmetrikus szűrők, azaz fennáll az alábbi összefüggés:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{c1}\omega_{c2}} = \sqrt{\omega_{s1}\omega_{s2}}$$

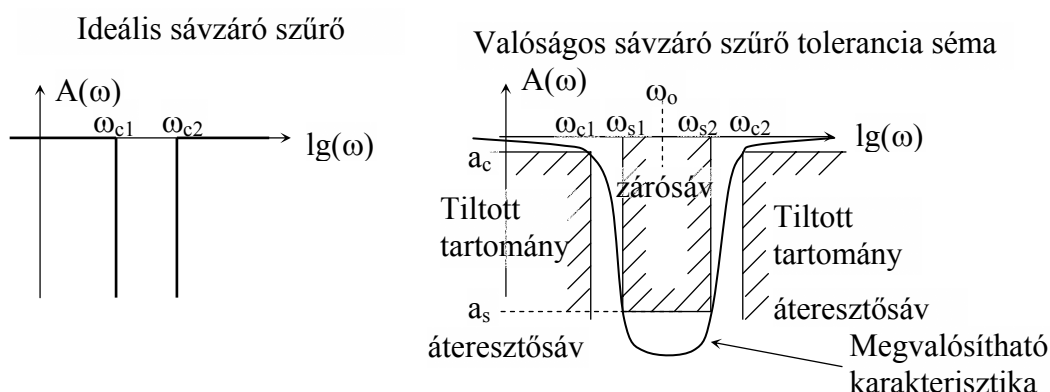
A fenti egyenlőséget kielégítő szűrők a logaritmikus frekvencia skálán szimmetrikus felépítésűek a sávközei frekvencia körül.

1.4.4. Sávváró szűrő

Blokkséma jelölés:



Feladata: egy meghatározott sávon kívüli jelek átengedése változatlan formában, a sávba eső frekvencia komponensek kiszűrése.



A sávváró szűrők is mértanilag szimmetrikus szűrők.

1.4.5. Gyakran alkalmazott polinomok alapvető tulajdonságai

A legtöbb matematikai polinom alkalmas arra, hogy a megkívánt toleranciasémát leírjuk. A különböző polinomok azonban jelentősen eltérő fizikai tulajdonságokat kölcsönöznek a megvalósított szűrőknek. A megvalósítás is meghatározza az alkalmazható szűrőtípusokat (analóg passzív vagy aktív szűrők, kapcsolt kapacitású szűrők digitális IIR vagy FIR szűrők, stb.) Az alábbiakban néhány ismert szűrőtípust emelünk ki, amelyeket gyakran alkalmaznak a gyakorlatban és összehasonlítjuk őket néhány fontos tulajdonságuk alapján, mint a realizáláshoz szükséges foksám, a fázisfutás linearitása (csoportfutási idő), dinamikus tulajdonságok.

1.4.5.1. Butterworth-szűrő

Szigorúan monoton frekvencia karakterisztikával rendelkezik, amely előnyössé teszi az átresztősáv első harmadába eső frekvenciájú jelek szűrésére. A nem szinuszosan periodikus jelek egyes frekvencia komponensei más és más fázistolással haladnak át a szűrőn (a csoportfutási idő τ - karakterisztikája nem lineáris), így ilyen jelek szűrésére csak kmorlátozottan alkalmas. (pl. adatátviteli szűrési feladatokra nem alkalmas)

$$\tau = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

Az átmeneti függvénye jelentős túllövést és késleltetést mutat, amely függ a polinom fokszámától (rendszerfokszámtól).

1.4.5.2. Csebisev szűrők

Az áteresztősávban egyen-ingadozású (szinusz-hiperbolikus függvény szerint), a zárósávban szigorúan monoton frekvencia karakterisztikával rendelkeznek. A Butterworth szűrőkhöz képest alacsonyabb fokszámú szűrővel lehet megvalósítani ugyanazt a feladatot. A csoportfutási idő karakterisztikája nemlineáris. Az átmeneti függvénye jelentős túllövést és késleltetést mutat, amely függ a polinom fokszámától (rendszerfokszámtól).

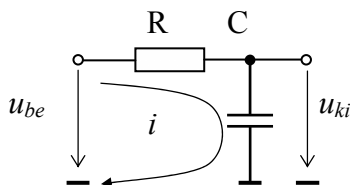
Létezik a hasonló tulajdonságokkal rendelkező *inverz Csebisev* szűrő is, amelyben az áteresztősáv és a záró sáv jellege felcserélődik a Csebisev szűrőhöz képest.

Jó fázisemenetű, de nagy fokszámot igénylő szűrők a *Thomson (Bessel)* szűrők, amelyeket az analóg adatátviteli gyakorlatban lehet előnyösen alkalmazni.

A szűrőtervezés további kérdéseivel az Aktív szűrők fejezet foglalkozik részletesen.

1.5. Egyszerű négypólusok vizsgálata idő- és frekvencia tartományban

1.5.1. Egyszerű integrátor



Vizsgálat időtartományban

Tételezzük fel, hogy a kondenzátor a $t=0$ időpillanatban energiatmentes $\{U_c(t=0)=0\}$!

$$i = \frac{u_{be} - u_{ki}}{R}$$

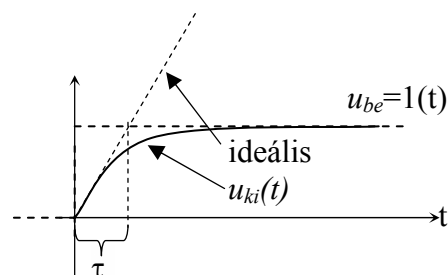
$$u_c = u_{ki} = \frac{1}{C} \int_0^t i dt = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{u_{be} - u_{ki}}{R} dt = \frac{1}{RC} \int_0^t (u_{be} - u_{ki}) dt$$

A fenti egyenlet megoldását az alábbi alakban keressük:

$$u_{ki} = u_{be} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$\tau=RC$ összefüggést az integrátor *időállandójának* nevezzük.

Ábrázolva az egységugrás, mint bemeneti jel, esetére a kimeneti jelet:



Az időfüggvényekből látható, hogy az egyszerű integrátor karakterisztikája az idővel jelentősen eltér az ideálistól. A gyakorlatban ez a kapcsolat $\tau/5$ - $\tau/4$ ideig használható integrálásra elfogadható nagyságú hibával. (Sok szakirodalom ennél is rövidebb integrálási időt javasol!)

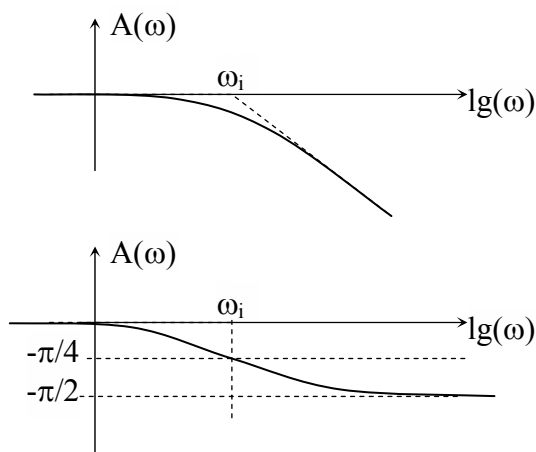
Vizsgálat frekvencia tartományban

A feszültségosztó összefüggésének felhasználásával felírható az átviteli függvény:

$$Y(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC} = \frac{1}{1 + s\tau} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_i}}$$

Az átviteli függvénynek egy gyöke van: pólus a valós tengelyen az $s_{pi} = -\omega_i$ helyen.

Az amplitúdó és fázis karakterisztika



A karakterisztika alapján megállapítható, hogy az egyszerű integrátor frekvencia tartományban aluláteresztő szűrőként viselkedik. (gyakran alkalmazzák is ilyen feladatokra)

A súlyfüggvény számítása az átviteli függvényből

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{1 + s\tau}\right\}$$

A visszatranszformálás több módszerrel is történhet, pl. a) törtekre bontással és az elemi törteket táblázat segítségével transzformáljuk vissza vagy egyszeres gyökök esetén b) a kifejtési tétel segítségével végezhető el. Többszörös gyökök esetén (ami a villamos gyakorlatban ritkán fordul elő) vagy az a) módszert vagy c) a reziduum tételt kell alkalmazni. Az alábbiakban a nagyon gyakran alkalmazott kifejtési tétel gyakorlati alkalmazását mutatjuk be.

{-----
Kifejtési tétel alkalmazása:

Legyen adott az átviteli függvény az alábbi formában: $A(s)$ a számláló, $B(s)$ a nevező s -szerinti polinomja és a nevező gyökei egyszeres gyökök!

$$Y(s) = \frac{A(s)}{B(s)}$$

Az időfüggvény az alábbi képlettel transzformálható vissza:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n \frac{A(s_{pi})}{B'(s_{pi})} e^{s_{pi}t}$$

Ahol az s_{pi} a nevező i . gyöke (pólus), $B'(s)$ a nevező s operátor-szerinti deriváltja, n a nevező fokszáma (pólusok száma).

-----}

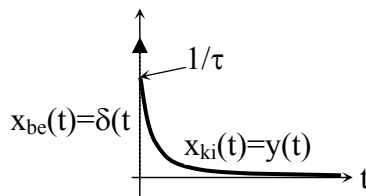
A kifejtési tételt alkalmazva az integrátor átviteli függvényére a súlyfüggvény meghatározható:

$$A(s) = 1$$

$$B(s) = 1 + s\tau$$

$$B'(s) = \tau$$

$$s_{p1} = -\frac{1}{\tau}$$



$$y(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Az átmeneti függvény vagy a súlyfüggvényből határozható meg integrálással, vagy az átviteli függvényből inverz-Laplace transzformációval az előzőek szerint. Alkalmazzuk az inverz-Laplace transzformációt:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} Y(s) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \frac{1}{1 + s\tau} \right\}$$

$$A(s) = 1$$

$$B(s) = s + s^2\tau$$

$$B'(s) = 1 + 2s\tau$$

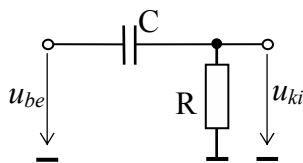
$$s_{p1} = 0$$

$$s_{p2} = -\frac{1}{\tau}$$

$$h(t) = \frac{1}{1 + 2(0)\tau} e^{0t} + \frac{1}{1 + 2\left(-\frac{1}{\tau}\right)\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Az átmeneti függvény a korábban ábrázoltak megfelelő, amelyet az eredeti differenciálegyenlet megoldásaként kaptunk.

1.5.2. Egyszerű derivátor



Az előző pontban tárgyalt egyszerű integrátor vizsgálata már megmutatta, hogy a frekvenciatartományból kiindulva egyszerűbben tudjuk az időtartománybeli viselkedést meghatározni. (Különösen igaz ez, ha egy kapcsolás több reaktáns elemet is tartalmaz.)

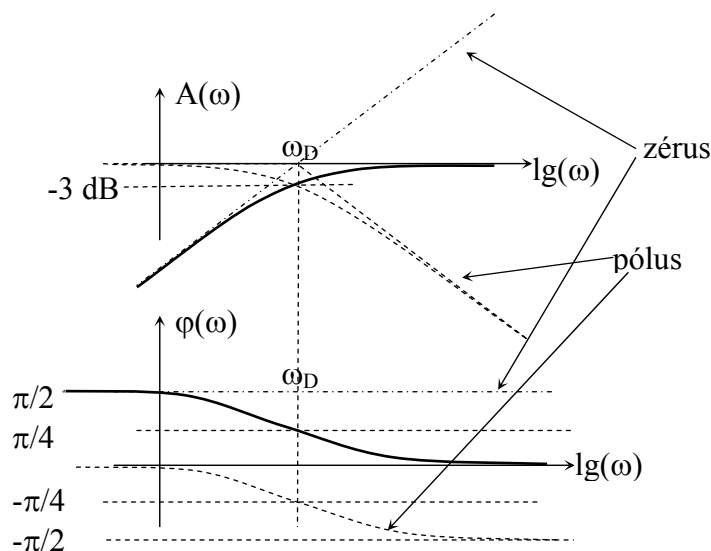
Határozzuk meg először az átviteli függvényt:

$$Y(s) = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{sRC}{1 + sRC} = \frac{s\tau}{1 + s\tau} = \frac{\frac{s}{\omega_D}}{1 + \frac{s}{\omega_D}}$$

A derivátor időállandója $\tau = RC$.

Az átviteli függvénynek két gyöke van: egy pólus a valós tengelyen és egy zérus az origóban.

Az amplitúdó és a fázis karakterisztika



Megállapítható, hogy a *derivátor* karakterisztikája *felüláteresztő szűrő* jellegű.

Vizsgálat időtartományban

A súlyfüggvény számítása az átviteli függvényből

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s\tau}{1 + s\tau}\right\}$$

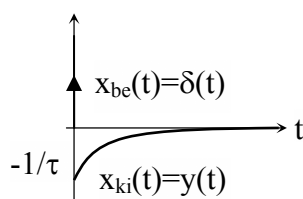
$$A(s) = s\tau$$

$$B(s) = 1 + s\tau$$

$$B' = \tau$$

$$s_{p1} = -\frac{1}{\tau}$$

$$y(t) = -\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Az átmeneti függvény vagy a súlyfüggvényből határozható meg integrálással, vagy az átviteli függvényből inverz-Laplace transzformációval.

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} Y(s) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \frac{s\tau}{1 + s\tau} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\tau}{1 + s\tau} \right\}$$

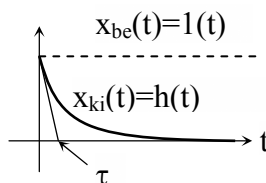
$$A(s) = \tau$$

$$B(s) = 1 + s\tau$$

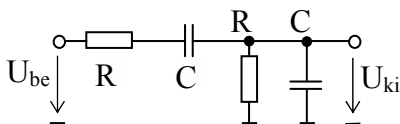
$$B'(s) = \tau$$

$$s_{p1} = -\frac{1}{\tau}$$

$$h(t) = \frac{\tau}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$



1.5.3. Frekvenciafüggő osztó (Wien-osztó)



Az átviteli függvény:

$$Y(s) = \frac{R * \frac{1}{sC}}{R * \frac{1}{sC} + R + \frac{1}{sC}} = \frac{sRC}{1 + 3sRC + (sRC)^2}$$

Legyen $\omega_o = \frac{1}{RC}$! (A későbbiekben látni fogjuk, hogy ez az áramkör egy sávszűrő jellegű karakterisztikát valósít meg, tehát az ω_o tulajdonképpen a sávközepi frekvencia.)

$$Y(s) = \frac{\frac{s}{\omega_o}}{1 + 3\frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2}$$

A nevező gyökei:

Először meg kell győződni róla, hogy a nevező egy konjugált komplex gyökpárt vagy két szét nem szeparált valós gyököt tartalmaz. Ez ellenőrizhető a másodfokú egyenlet megoldása alapján:

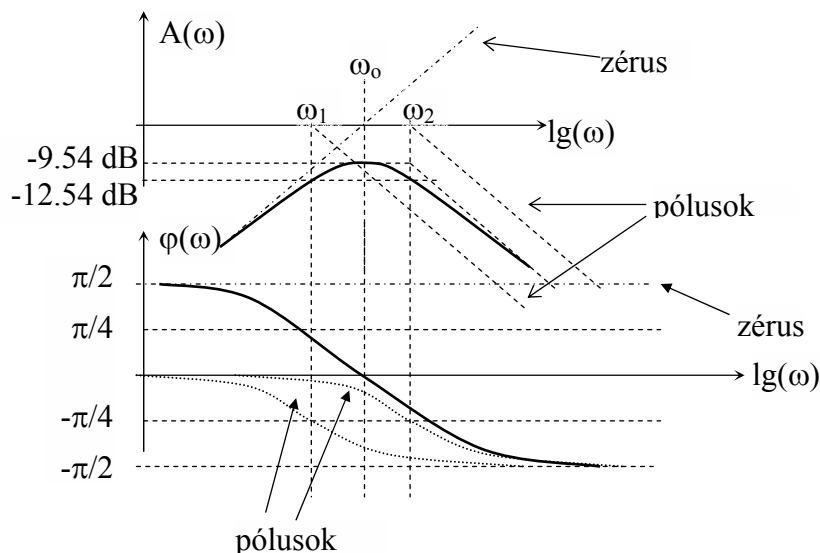
$$s_{p1,2} = \frac{-3\tau \pm \sqrt{9\tau^2 - 4\tau^2}}{2\tau^2} = -\frac{3 \mp \sqrt{5}}{2\tau} = \begin{cases} -\frac{0.382}{\tau} \\ -\frac{2.618}{\tau} \end{cases}$$

A pólusok tehát a valós tengelyen fekvő gyökök:

$$s_{p1} = -\omega_1 = -\frac{0.382}{\tau}$$

$$s_{p2} = -\omega_2 = -\frac{2.618}{\tau}$$

A nevezőnek tehát két –a valós tengelyen fekvő– pólusa van, a számláló gyöke az origóban fekvő zérus típusú.



A karakterisztika sávszűrő jellegű, bár jelentős csillapítással bír az áteresztő sávban is. A függvény értéke a sávközepi frekvencián:

$$Y(j\omega_o) = \frac{j\omega_o}{\omega_o} = \frac{1}{3}$$

$$A(\omega_o) = 20 \lg\left(\frac{1}{3}\right) = -9.54 \text{ dB}$$

Ellenőrizhetjük a mértani szimmetria meglétét is:

$$\sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{\frac{0.382}{RC} \frac{2.618}{RC}} = \frac{1}{RC} = \omega_o$$

Az átmeneti függvény:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} Y(s) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \frac{s\tau}{1 + 3s\tau + (s\tau)^2} \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\tau}{1 + 3s\tau + (s\tau)^2} \right\}$$

$$A(s) = \tau$$

$$B(s) = 1 + 3s\tau + (s\tau)^2$$

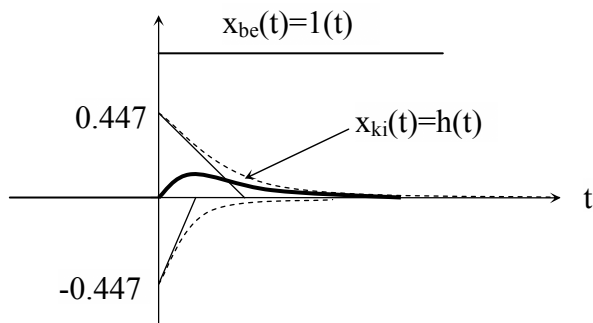
$$s_{p1} = -\frac{0.382}{\tau}$$

$$s_{p2} = -\frac{2.618}{\tau}$$

$$B'(s) = 3\tau + 2s\tau^2$$

$$h(t) = \frac{\tau}{3\tau + 2\left(-\frac{0.382}{\tau}\right)\tau^2} e^{-\frac{0.382}{\tau}t} + \frac{\tau}{3\tau + 2\left(-\frac{2.618}{\tau}\right)\tau^2} e^{-\frac{2.618}{\tau}t} =$$

$$= 0.447 \left(e^{-\frac{0.382}{\tau}t} - e^{-\frac{2.618}{\tau}t} \right)$$



A súlyfüggvény

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \{ Y(s) \} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s\tau}{1 + 3s\tau + (s\tau)^2} \right\}$$

$$A(s) = s\tau$$

$$B(s) = 1 + 3s\tau + (s\tau)^2$$

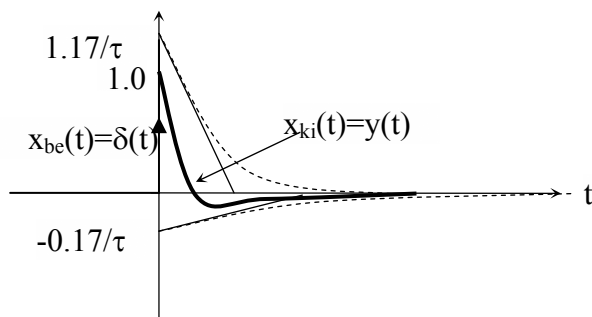
$$B'(s) = 3\tau + 2s\tau^2$$

$$s_{p1} = -\frac{0.382}{\tau}$$

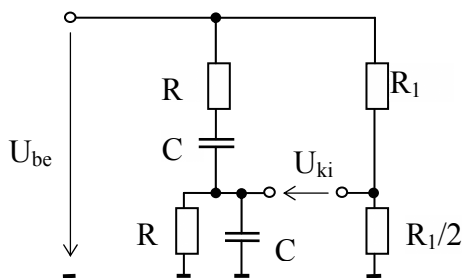
$$s_{p2} = -\frac{2.618}{\tau}$$

$$y(t) = \frac{-\frac{0.382}{\tau}\tau}{3\tau + 2\left(-\frac{0.382}{\tau}\right)\tau^2} e^{-\frac{0.382}{\tau}t} + \frac{-\frac{2.618}{\tau}\tau}{3\tau + 2\left(-\frac{2.618}{\tau}\right)\tau^2} e^{-\frac{2.618}{\tau}t} =$$

$$= -\frac{0.17}{\tau} e^{-\frac{0.382}{\tau}t} + \frac{1.17}{\tau} e^{-\frac{2.618}{\tau}t}$$



1.5.4. Wien-Robinson híd



Az átviteli függvény:

$$Y(s) = \frac{1}{3} - \frac{R * \frac{1}{sC}}{R * \frac{1}{sC} + R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{3} - \frac{sRC}{1 + 3sRC + (sRC)^2} =$$

$$= \frac{1 + (sRC)^2}{3(1 + 3sRC + (sRC)^2)} = \frac{1 + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2}{3\left(1 + 3\frac{s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2\right)}$$

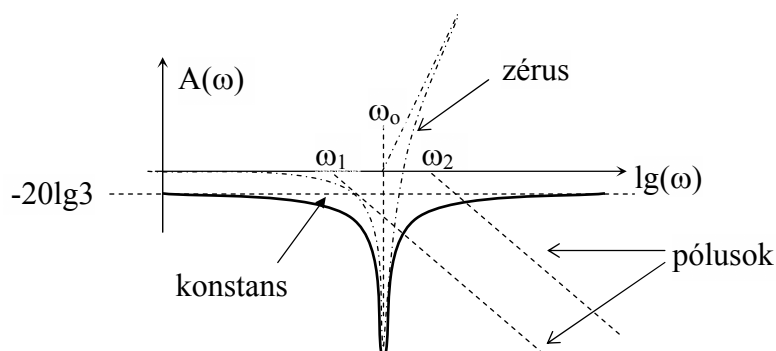
Az ω_o a sávközepi frekvencia.

Az előző példában már megállapítottuk, hogy a nevezőnek két valós gyöke van és meghatároztuk az értékeit is:

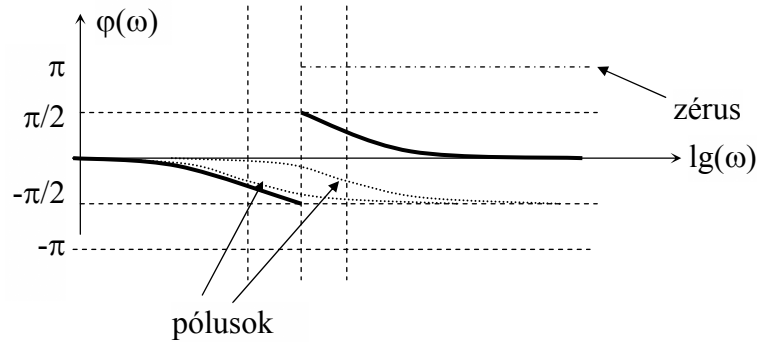
$$s_{p1} = \omega_1 = -\frac{0.382}{\tau}$$

$$s_{p2} = \omega_2 = -\frac{2.618}{\tau}$$

A számláló gyöke a képzetes tengelyen fekvő konjugált komplex zérus.



A karakterisztika tehát *sávközepi szűrő* jellegű (valójában *lyukszűrőnek* tekinthető). A csillapítás az ω_o frekvencián ideális esetben végtelen nagy.



A sávközépi frekvencián a fázisforgatás mértéke 180° . Ez alkalmassá teszi a Barkhausen-kritérium alapján működő oszcillátorokban történő alkalmazásra (lásd Elektronika III. Oszcillátorok fejezet).

Az átmeneti függvény:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} Y(s) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{3s} \frac{1 + (sRC)^2}{1 + 3sRC + (sRC)^2} \right\}$$

$$s_{p1} = -\frac{0.382}{\tau}$$

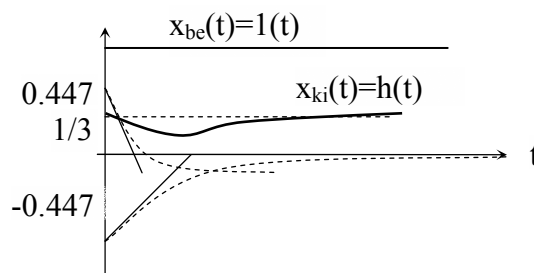
$$s_{p2} = -\frac{2.618}{\tau}$$

$$s_{p3} = 0$$

$$B'(s) = 3(1 + 6s\tau + 3s^2\tau^2)$$

$$h(t) = \frac{1}{3}1(t) + \frac{\left[1 + \left(-\frac{0.38}{\tau}\right)^2 \tau^2\right] e^{-\frac{0.38}{\tau}t}}{3\left(1 + 6\left(-\frac{0.38}{\tau}\right)\tau + 3\left(-\frac{0.38}{\tau}\right)^2 \tau^2\right)} + \frac{\left[1 + \left(-\frac{2.62}{\tau}\right)^2 \tau^2\right] e^{-\frac{2.62}{\tau}t}}{3\left(1 + 6\left(-\frac{2.62}{\tau}\right)\tau + 3\left(-\frac{2.62}{\tau}\right)^2 \tau^2\right)} =$$

$$= \frac{1}{3}1(t) + 0.447 \left(e^{-\frac{2.618}{\tau}t} - e^{-\frac{0.382}{\tau}t} \right)$$



A súlyfüggvény:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \{ Y(s) \} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{3} \frac{1 + (sRC)^2}{1 + 3sRC + (sRC)^2} \right\}$$

$$A(s) = 1 + (sRC)^2$$

$$B(s) = 3 + 9sRC + 3(sRC)^2$$

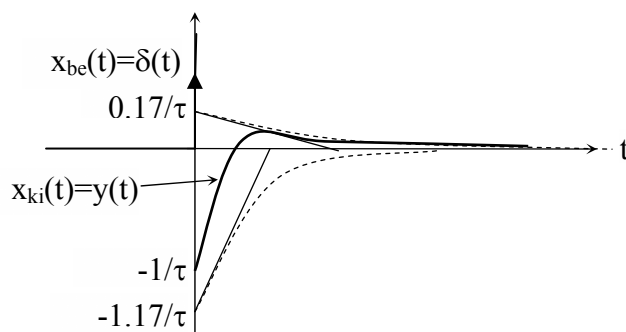
$$B'(s) = 3(3\tau + 2s\tau^2)$$

$$s_{p1} = -\frac{0.382}{\tau}$$

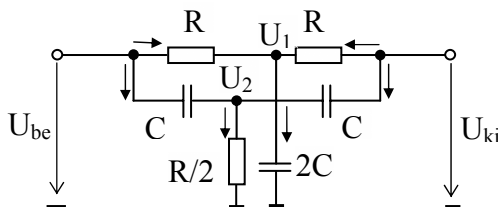
$$s_{p2} = -\frac{2.618}{\tau}$$

$$y(t) = \frac{1}{3} \left(\frac{1 + \left(-\frac{0.382}{\tau}\right)^2 \tau^2}{3\tau + 2\left(-\frac{0.382}{\tau}\right)\tau^2} e^{-0.382\frac{t}{\tau}} + \frac{1 + \left(-\frac{2.618}{\tau}\right)^2 \tau^2}{3\tau + 2\left(-\frac{2.618}{\tau}\right)\tau^2} e^{-2.618\frac{t}{\tau}} \right) =$$

$$= \frac{0.17}{\tau} e^{-0.382\frac{t}{\tau}} - \frac{1.17}{\tau} e^{-2.618\frac{t}{\tau}}$$



1.5.5. Kettős-T alaptag



Vegyük fel csomópontokat! A csomópontokra felírható hurokegyenletek:

$$\frac{U_{be} - U_1}{R} + \frac{U_{ki} - U_1}{R} = \frac{U_1}{\frac{1}{s2C}} \Rightarrow U_1 = \frac{U_{be} + U_{ki}}{2(1 + sRC)}$$

$$\frac{U_{be} - U_2}{\frac{1}{sC}} + \frac{U_{ki} - U_2}{\frac{1}{sC}} = \frac{U_2}{\frac{R}{2}} \Rightarrow U_2 = (U_{be} + U_{ki}) \frac{sRC}{2(1 + sRC)}$$

$$\frac{U_{be} - U_1}{R} + \frac{U_{be} - U_2}{\frac{1}{sC}} = 0 \Rightarrow \frac{U_{be}}{R} - \frac{U_{be} + U_{ki}}{2R(1 + sRC)} + \frac{U_{be}}{\frac{1}{sC}} - (U_{be} + U_{ki}) \frac{(sRC)^2}{2R(1 + sRC)} = 0$$

$$U_{be} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R(1 + sRC)} + sC - \frac{s^2 R^2 C^2}{2R(1 + sRC)} \right) = U_{ki} \left(\frac{1}{2R(1 + sRC)} + \frac{s^2 R^2 C^2}{2R(1 + sRC)} \right)$$

$$Y(s) = \frac{1 + (sRC)^2}{1 + 4sRC + (sRC)^2}$$

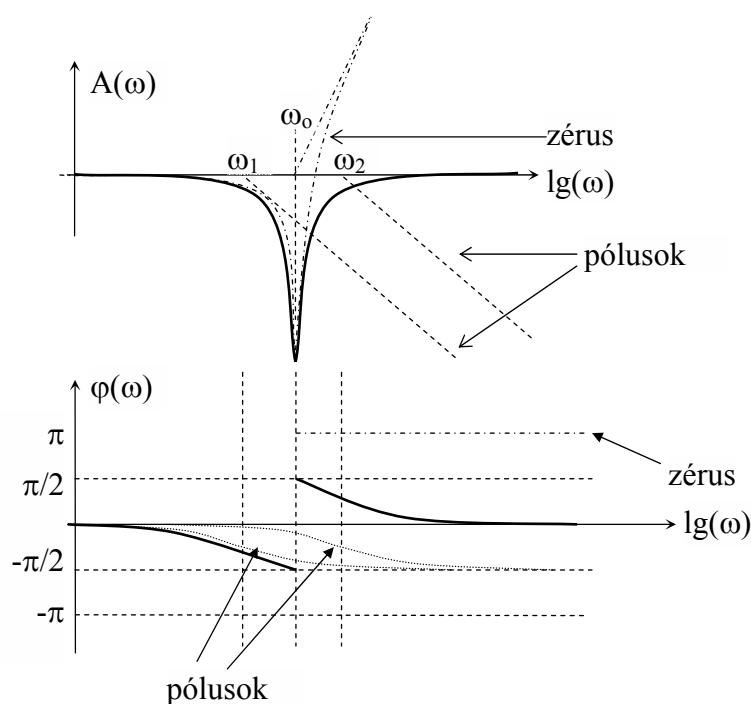
A számláló gyöke a képzetes tengelyen fekvő konjugált komplex zérus típusú. A nevező két valós tengelyen fekvő pólust tartalmaz.

A nevező gyökei:

$$s_{p1} = -\omega_1 = -\frac{0.268}{\tau}$$

$$s_{p2} = -\omega_2 = -\frac{3.732}{\tau}$$

$$\omega_o = \frac{1}{RC}$$



A karakterisztika lyuk-zárószűrő jellegű. A sávközepi frekvencián a fázisforgatás mértéke 180° .

Az átmeneti függvény:

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} Y(s) \right\} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \frac{1 + (sRC)^2}{1 + 4sRC + (sRC)^2} \right\}$$

$$A(s) = 1 + (sRC)^2$$

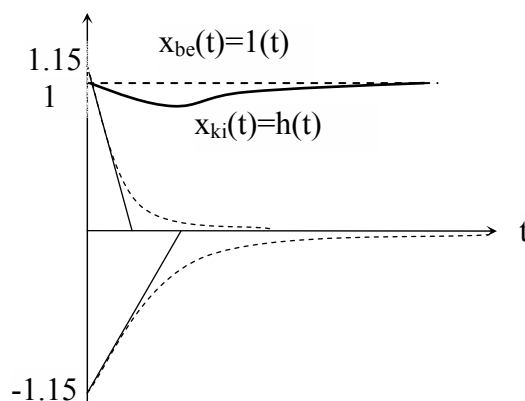
$$B(s) = s + 4s^2RC + (sRC)^3$$

$$B'(s) = 1 + 8s\tau + 3s^2\tau^2$$

$$s_{p1} = -\frac{0.268}{\tau}, \quad s_{p2} = -\frac{3.732}{\tau}, \quad s_{p3} = 0$$

$$h(t) = 1(t) + \frac{\left[1 + \left(-\frac{0.268}{\tau}\right)^2 \tau^2\right] e^{-\frac{0.268}{\tau} t}}{1 + 8\left(-\frac{0.268}{\tau}\right) \tau + 3\left(-\frac{0.268}{\tau}\right)^2 \tau^2} + \frac{\left[1 + \left(-\frac{3.732}{\tau}\right)^2 \tau^2\right] e^{-\frac{3.732}{\tau} t}}{1 + 8\left(-\frac{3.732}{\tau}\right) \tau + 3\left(-\frac{3.732}{\tau}\right)^2 \tau^2} =$$

$$= 1(t) - 1.15 e^{-\frac{0.268}{\tau} t} + 1.15 e^{-\frac{3.732}{\tau} t} = 1(t) - 1.15 \left(e^{-\frac{0.268}{\tau} t} - e^{-\frac{3.732}{\tau} t} \right)$$



A súlyfüggvény

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1 + (sRC)^2}{1 + 4sRC + (sRC)^2}\right\}$$

$$A(s) = 1 + (sRC)^2$$

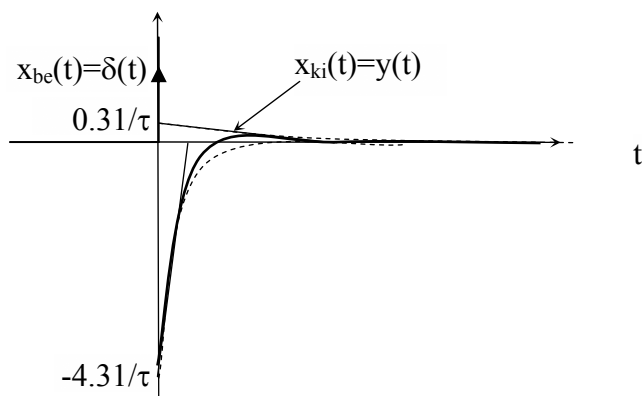
$$B(s) = 1 + 4sRC + (sRC)^2$$

$$B'(s) = 4\tau + 2s\tau^2$$

$$s_{p1} = -\frac{0.268}{\tau}, \quad s_{p2} = -\frac{3.732}{\tau}$$

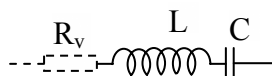
$$y(t) = \frac{1 + \left(-\frac{0.268}{\tau}\right)^2 \tau^2}{4\tau + 2\left(-\frac{0.268}{\tau}\right) \tau^2} e^{-\frac{0.268}{\tau} t} + \frac{1 + \left(-\frac{3.732}{\tau}\right)^2 \tau^2}{4\tau + 2\left(-\frac{3.732}{\tau}\right) \tau^2} e^{-\frac{3.732}{\tau} t} =$$

$$= \frac{0.31}{\tau} e^{-\frac{0.268}{\tau} t} - \frac{4.31}{\tau} e^{-\frac{3.732}{\tau} t}$$



1.6. Rezgőkörök

1.6.1. Soros rezgőkör



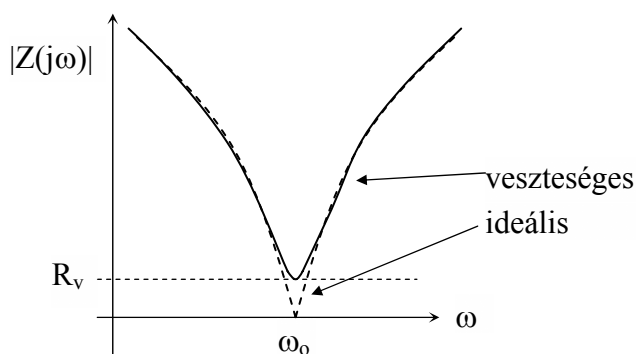
Az *ideális rezgőkör* ellenállást nem tartalmaz. A *valóságos rezgőkör* R_v veszteségi ellenállása az induktívitás vezeték ellenállásából, a kondenzátor veszteségi ellenállásából és a hozzávezetések ohmos ellenállásaiból származik. (Mióta ez szükségszerűen létrejövő és nem fizikailag realizált ellenállás, ezért szaggatott vonallal jelöltük, kihangsúlyozva hátrányos jelenlétét minden fizikailag megvalósított rezgőkörnél.)

A valóságos rezgőkör komplex impedanciája:

$$\bar{Z}(j\omega) = R_v + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R_v + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R_v + j\omega L \left(1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)$$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Az impedancia karakterisztika:



A rezonancia frekvencián az impedancia minimális, így konstans feszültséggel táplálva a rezgőkört maximális áramot kapunk, míg konstans árammal táplálva a feszültség lesz minimális a rezgőkör kapcsain.

A rezgőkör jósága:

$$Q = \frac{\text{A rezgőkör meddő teljesítménye}}{\text{A rezgőkör veszteségi teljesítménye}}$$

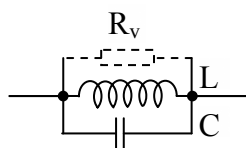
Feltételezve egy ω_0 frekvenciájú I_{eff} áramot a rezgőkörön:

$$Q = \frac{I_{\text{eff}}^2 \omega_0 L}{I_{\text{eff}}^2 R_v} = \frac{\omega_0 L}{R_v}$$

A jósági tényező kifejezhető a rezonancia frekvenciával és a sávzélességgel is:

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{1}{R_v} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0 L}{R_v}$$

1.6.2. Párhuzamos rezgőkör



Az R_v veszteségi ellenállás oka azonos a soros rezgőkörnél tárgyaltakkal.

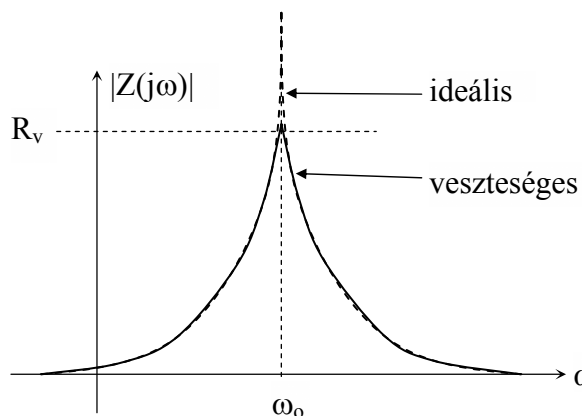
A rezgőkör komplex impedanciája:

$$\bar{Z}(j\omega) = R_v * j\omega L * \frac{1}{j\omega C} = R_v * \underbrace{\frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}}_{\omega_0} = R_v * j \frac{\omega L}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$|\bar{Z}(j\omega)| = \sqrt{R_v^2 + \left(\frac{\omega L}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right)^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

A rezgőkör impedancia karakterisztikája:



Az áramkör impedanciája a rezonancia frekvencián lesz maximális (R_v).

A rezgőkör jósági tényezőjének definíciója az előzőekkel egyezik meg. Feltételezve ω_0 frekvenciájú U_{eff} feszültséget a jósági tényező:

$$Q = \frac{\frac{U_{eff}^2}{1}}{\frac{U_{eff}^2}{R_v}} = \omega_0 C R_v$$

1.7. Az elektronika passzív alkatrészei

1.7.1. Ellenállások

Az ellenállás -a modern fizika felfogása szerint- az áram és a feszültség közötti kapcsolat leírására alkalmazott arányossági tényező.

a) Az *arányossági tényező linearitása és az ellenállások fizikai megvalósítása* szerint az ellenállásokat két csoportra oszthatjuk:

- *passzív ellenállások* (statikus ellenállások) a feszültség és az áram közötti lineáris kapcsolaton alapulnak:

$$R = \frac{U}{I}$$

- *elektromos ellenállások* (dinamikus ellenállások) a feszültség és az áram közötti differenciális kapcsolaton alapulnak:

$$r = \frac{\partial u}{\partial i}$$

b) Mindkét ellenállás csoportot aszerint is csoportosíthatjuk, hogy az *ellenállás értéke üzemszerűen változtatható-e*:

- fixértékű ellenállások
- változtatható értékű ellenállások

c) Az *elektromos ellenállásokat* csoportosítjuk aszerint, hogy *üzemszerűen mi változtatja az ellenállás értékét*:

- nyúlásmérőbéllyeg (mechanikai behatás, nyúlás)
- termisztor (hőre változik)
- varisztor (feszültségre változik)
- fotoellenállás (fényre változtatja az értékét)
- Hall-ellenállás (mágneses térre változik az ellenállás), stb.

1.7.1.1. Passzív ellenállások

Passzív ellenállásokat az különbözteti meg a többi ellenállásként viselkedő alkatrésztől, hogy az ellenállás értéke nagy relatív állékonyságot mutat a környezeti paraméterekkel szemben. Definíció szerint az ellenállás a feszültség és az áram közötti arányossági tényező, így ez alapján számtalan alkatrészt, vezeték, stb. lehetne ellenállásnak nevezni, azonban ezeket alapvetően nem ellenállás céljaira gyártották. Kifejezetten ellenállás céljaira gyártanak alkatrészeket különböző technológiákkal, amelyek kielégítik az állékonyságra vonatkozó ismérvet.

Megvalósításuk szerint két csoportra oszthatjuk őket:

- huzalellenállások
- rétegellenállások

a) huzalellenállások

A huzalellenállásokat alacsony hőmérsékleti együttthatójú, ötvözzel beállított fajlagos ellenállású anyagokból állítják elő. A legismertebb 1000 C° alatti üzemelésre tervezett huzalellenállás anyagok:

- Manganin (Cu-Ni ötvözet, forrasztható)
- Konstantán (Cr-Ni ötvözet, nem forrasztható)

A *manganin* anyagok fajlagos ellenállása alacsonyabb, mint a *konstantáné* és hőmérsékleti együttthatójuk is magasabb, de forrasztathóságuk előny az elektronika számára.

A huzalellenállások nagy áram terhelhetőségűek, ez egyben a felhasználási területüket is meghatározza. Csak kis értékű ellenállásokat (max. $\sim 100 \Omega$) készítenek belőlük. Előállítják önhordó és hordozóra (kerámiatest vagy üvegszálas hordozó) tekercselt kivitelben is. A hordozóra szerelt huzalellenállás mechanikai stabilitása, terhelhetősége, hűtése, villamos stabilitása jobb, mint az önhordó kivitelűé, amelyből éppen emiatt csak kis értékű, általában egyedi ellenállásokat gyártanak.

A huzalellenállásokat gyártják fix és változtatható kivitelben is (kör vagy síkpályás potenciométerek).

Különlegesen nagy terhelhetőségűek a műterhelésnek gyártott huzalellenállások (pl. tolóellenállások, hegesztő műteher, stb.)

b) Rétegellenállások

A rétegellenállások lehetnek:

- kristályos szénréteg
- szén-réteg
- tömör szén
- fémréteg, stb.

Szobahőmérsékleten a legkedvezőbb paraméterekkel (alacsony zaj, linearitás, hőmérsékleti drift, terhelhetőség, meghibásodási gyakoriság, üzemi hőmérséklet, hőmérsékleti együtttható) a fémréteg ellenállás rendelkezik. A gyárilag előállított ellenállások legnagyobb része fémréteg ellenállás. Magasabb (max. 220 C°) hőmérsékletig használható a tömör szénréteg ellenállás.

Az ellenállásokat készítik önhordó kivitelben (axiális vagy radiális lábkivezetéssel) vagy a felületszerelt (SMT) nyomtatott-áramkörti technika számára SMD kivitelben. Szintén a speciális áramkörök számára léteznek vastag- vagy vékonyréteg kiképzésű ellenállások is.

Réteg ellenállásokat gyártják fix és változtatható kivitelben is. A változtatható kivitel is különbözik attól függően, hogy rendszeres állításra (potenciométer) vagy alkalmankénti beállításra használják (trimmer-potenciométerek). A pálya kiképzése lehet sík vagy körpálya, az állíthatóság lehet 200-3600° (10 menetes potenciométer) között. A potenciométerek lehetnek lineáris pályájúak (A pálya), vagy -elsősorban szórakoztatóelektronikai célokra gyártanak- logaritmikus (B pálya) és inverz logaritmikus (C pálya) potenciométerek is.

A fémréteg ellenállásokat különböző szempontok szerint sorba rendezik. A huzalellenállások is általában követik az alacsonyabb elemszámú réteg ellenállás sorok értékeit, de speciális és gyakran egyedi jellegük egyéb értékek előállítását is lehetővé teszi.

A potenciométerek is hasonló sorokat képeznek, de az alacsonyabb ellenállás soroknak megfelelő értékekkel.

Szabványos ellenállássorok:

1) Névleges ellenállás:

Az ellenállás értékeket az alábbi képlettel határozhatjuk meg:

$$R = \left(\sqrt[n]{10} \right)^i \cdot 10^k$$

$$n = 6 \cdot 2^z$$

Az i egész szám $1 \leq i \leq n$ tartományban.

A z egész szám $0 \leq z \leq 5$. Így a sorok $n=6, 12, 24, 48, 96$ és 192 . A fenti képlettel meghatározott ellenállások értékeit értelemszerűen kerekítik (a nagy elemszámú sorok esetén több tizedes jegyre, míg alacsony elemszámú sorok esetén kevesebb tizedes jegyre). Az n értéke utal arra is, hogy két -egymástól tízszeres ellenállásértékre levő- ellenállás között hány további ellenállás található. A 192 -s sor különlegesen sok ellenállást tartalmaz és speciális, precíz ellenállást igénylő alkalmazásokban használják (műszer ellenállás). A sorok elnevezése az n szerint történik, pl. E12-s sor.

Az k egész szám a $0 \leq k \leq 6$ tartományban. $10 \text{ M}\Omega$ feletti ellenállásokat általában szériászerűen nem gyártanak, csak speciális célokra. A nagy ellenállás nagy zajt termel, fizikailag instabil és gyakran a nyomtatott-áramkör, ahova szerelik kisebb ellenállású a két ellenállásláb közötti szakaszon, mint maga az ellenállás. A fentiek miatt kerülni kell az alkalmazását a túlzottan nagy ellenállásoknak.

A 10^k ellenállások minden sornak tagjai.

2) Az ellenállások tolarenciája (tűrése):

Az ellenállások tűrése összefüggésben van az ellenállások értéksorával. Az egyes sorok tűrését úgy állapították meg, hogy az ellenállások a tűrésükkel minden ellenállásértéket lefedjenek, de egy ellenállás alá a lehető legkevesebb szomszédos ellenállás jusson. Így a több ellenállást tartalmazó sorok tűrése szorosabb, az alkatrészek értékei pontosabbak. Pl. E12- sor tűrése $\pm 10\%$ vagy $\pm 5\%$, míg az E192-s sor tűrése jobb, mint $\pm 0,5\%$ vagy $\pm 0,2\%$. Az alacsonyabb tűrésű ellenállások a precízebb, műszer ellenállások.

A leggyakoribb tűrési értékek:

$$\pm 20\%, \pm 10\%, \pm 5\%, \pm 2\%, \pm 1\%, \pm 10\%, \pm 0.5\%, \pm 0.2\%.$$

Általános célra a $\pm 5\%$ -os ellenállásokat alkalmazzák (kivétel pl. szűrők).

3) Terhelhetőség

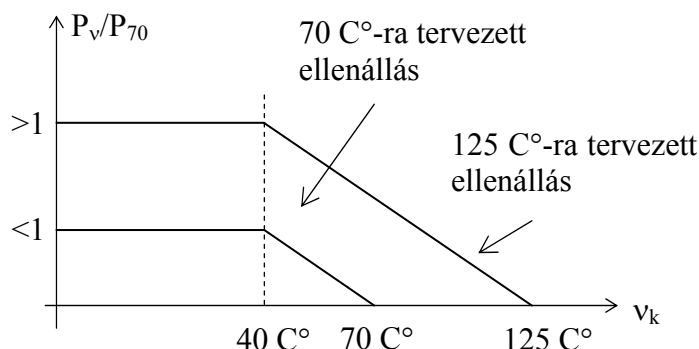
Az ellenállások tönkremenetelét -akárcsak a legtöbb elektronikus alkatrészét is- a belső hőmérséklet okozza. Ennek megfelelően az ellenállásokat nem feszültség vagy áram terhelhetőségük alapján rendezik sorba, hanem a megengedett veszteségi (hővé alakított) teljesítményük szerint. Ebből a megengedett feszültség vagy áram meghatározható:

Tipikus teljesítmény kategóriák: $1/10, 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 5, 10 \dots$ [W].

$$P_{dR} = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

A fenti összefüggés alapján feszültség és az áram terhelhetőség meghatározható.

A megengedett terhelhetőség függ a környezet hőmérsékletétől (v_k) is. Az ellenállásokat egy megadott maximális üzemi hőmérsékletre tervezik, növekvő környezeti hőmérséklet esetén a terhelhetőség csökken. A terhelhetőséget egy adott, pl. 70 vagy 125 C°-os felületi hőmérsékletre adják meg:



Az ellenállások hőmérsékleti együtthatója (α_R) –anyagtól függően– lehet pozitív vagy negatív. Az ellenállások hőfokfüggése:

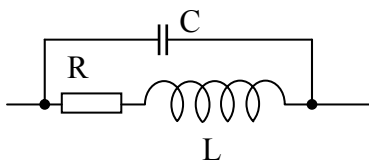
$$R_v = R_o (1 + \alpha_R \Delta v_k)$$

Δv_k a környezeti hőmérséklet megváltozása a megadott névleges értéktől, R_o az ellenállás értéke a megadott névleges hőmérsékleten, ált 25 C°-on.

A fenti paramétereket gyakran színekkel jelölik az ellenállásokon. A fizikai kivétel, valamint az ellenállás tulajdonságai alapján több olyan gyártott ellenállás is van, amely az érték, tűrés és terhelhetőség paraméterek alapján azonos értékekkel rendelkezik, de más felhasználási célú.

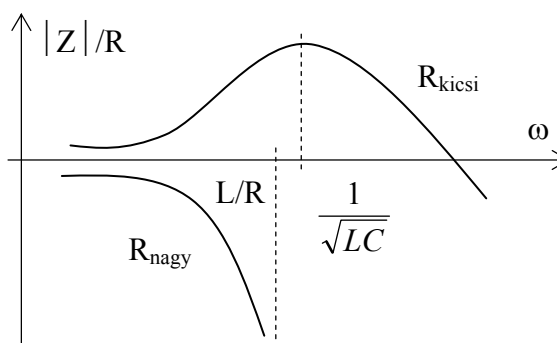
Az ellenállások helyettesítő-képe

Az ellenállások gyakorlati kialakításuk miatt tartalmaznak induktivitást (huzal ellenállás esetén a tekercselés, rétegellenállás esetén a trimmerelés miatt), valamint kapacitást is, amely egyrészt a huzalpárok között másrészt a hozzávezetések miatt keletkezik.



$$Z(s) = \frac{1}{sC} * (R + sL) = \frac{R + sL}{1 + sCR + s^2 LC}$$

A helyettesítő-kép alapján látható, hogy az ellenállás impedanciája frekvenciafüggő. Alacsonyabb értékű ellenállások ($<1\text{k}\Omega$) esetén az induktivitás a jellemző, míg ennél magasabb értékű ellenállások esetén a kapacitás.



Az induktivitás hatása csökkenthető úgynevezett bifiláris tekercseléssel, amelynél az elmenő és a visszafolyó ág szorosan párhuzamosan van tekercselve, így az áram mágneses tere lecsökken (induktivitás-szegény ellenállások). A szórkapacitás értéke is csökkenthető megfelelő gyártástechnológiával.

Nagyfrekvencián fellép a skin(bőr)-hatás -az áram kiszorulása a vezető peremére-, amely a hasznos keresztmetszetet csökkenti, így az ellenállás nő. Bár ez nem az ellenállás tulajdonságából származik, konstrukciós kialakítással a hatás csökkenthető.

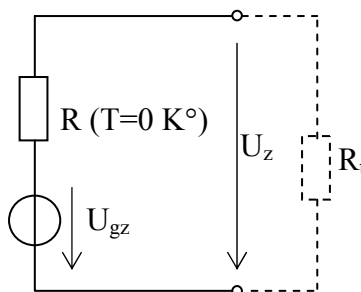
Ellenállások zaja:

Minden elektronikus alkatrész termel zajt 0 K° felett. Ez a termikus, vagy más néven a Johnson-zaj. Az ellenállásoknál a termikus zaj azért jelentősebb, mert nagyobb ellenállásokról is szó lehet és a termelt zaj az ellenállás gyökével nő. Az alkatrészekenél egyéb zajforrások is előfordulnak, pl. az anyagminőségből származó zaj (elsősorban flicker zaj).

A termelt termikus zaj függvénye az abszolút hőmérsékletnek (T) és az ellenállásra jutó jel sávszélességének (B):

$$P_z = kTB, \quad \text{a } k \text{ a Boltzmann állandó: } 1,38 \cdot 10^{-23} [\text{Ws/K}]$$

Ha a zajos ellenállást Thevenin-helyettesítőképével helyettesítjük, akkor meghatározhatjuk az ellenállásból, mint zajforrásból kivehető maximális zajfeszültséget:



A helyettesítő-képben az ellenállást zajmentesnek tételezzük (ez 0 K° -on igaz) és a termelt zajt az U_{gz} zajgenerátorban koncentráljuk. A maximális zajfeszültséget illetett esetben tudjuk a generátorból kivenni, azaz $R=R_t$ kell legyen. Ebben az esetben a kivett maximális zajfeszültség:

$$U_z = \frac{U_{gz}}{2}$$

Figyelembe véve a zajteljesítmény képletét meghatározható az ellenállás által termelt zajfeszültség:

$$P_z = \frac{U_z^2}{R} = \frac{U_{gz}^2}{4R} = kTB$$

$$U_{gz} = \sqrt{4kTBR}$$

A fenti összefüggésből látható, hogy a termelt zaj arányos az ellenállás értékének gyökével. A gyakorlatban az elektronikus áramköröknél kerülni kell a nagy értékű ellenállások, valamint az indokolatlanul nagy sáv szélesség használatát a zaj miatt, hacsak azt egyéb szempontok nem indokolják.

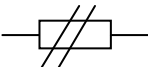
Az ellenállások által termelt zajok (elsősorban a gyártási hibákból származók) csökkenthetők gyártástechnológiai megoldásokkal, ezért "zajszegény" ellenállások is rendelkezésre állnak.

1.7.1.2. Elektromos ellenállások

Jellemzőjük, hogy valamely külső hatásra az áram és a feszültség közötti arányossági tényező (azaz az ellenállás) megváltozik. A változás általában az

$$r = \frac{du}{di} \text{ dinamikus ellenállással írható le.}$$

1.7.1.2.1. Nyúlásmérőbéllyeg

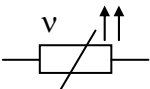
Jelölése: 

A nyúlásmérőbéllyeg a nem villamos-mennyiségek mérés technikájának fontos jelátalakítója, ezért tárgyalása nem az elektronika keretében történik.

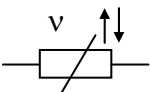
1.7.1.2.2. Hőellenállás (termisztor)

Hőmérsékleti együttható szempontjából kétfajta termisztor létezik:

- Pozitív hőmérsékleti együtthatójú (PTK)

Jelölés: 

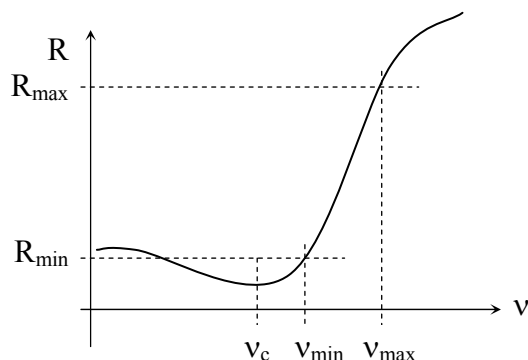
- Negatív hőmérsékleti együtthatójú (NTK)

Jelölés: 

A **PTK ellenállások** fém vagy kerámia alapanyagúak. A *fém alapanyagú ellenállások* esetében a hőmérsékleti együttható kb. $+0.5 \text{ } \%/K^\circ$ igen széles hőmérsékleti tartományban. A *kerámia alapanyagú PTK ellenállások* a Curie-pont felett rendelkeznek pozitív és

lineáris hőmérsékleti együtthatóval. A jelentőségüket az adja, hogy nagy a hőmérsékleti együtthatójuk: $\sim 5..75 \text{ \%}/\text{K}^\circ$.

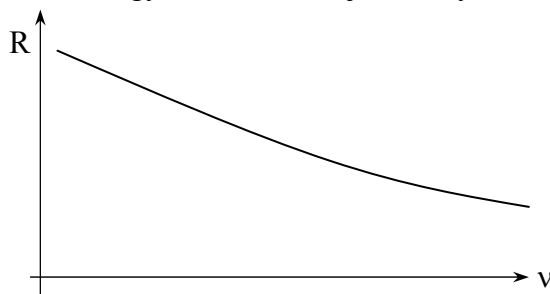
Kerámia PTK karakterisztikája



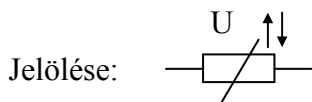
Tipikus felhasználási területük a nagy hőmérsékletű mérések (fém PTK). Az ilyen termisztorokat **hőellenállásoknak** nevezzük. Pl. Pt esetén 1770 C° -ig, Ni alapanyag esetén 1453 C° -ig, W esetén 3400 C° -ig lehet mérésre alkalmazni. Az izzószálakban alkalmazott wolfram szálak ellenállása üzemmeleg állapotban 5-6-szor nagyobb, mint hideg állapotban.

További felhasználási lehetőségek, pl. a túláram korlátozás, demagnetizálás katódsugárcsőves megjelenítőkben, stb.

Az **NTK ellenállások** alapanyagai fémoxidok, titán vegyületek, amelyek hőmérsékleti együtthatója nagy: $\sim -2..7 \text{ \%}/\text{K}^\circ$. Az alkalmazási hőmérséklet tartományuk $-40...+200 \text{ C}^\circ$. Alkalmazásuk: hőmérsékletmérés, nagyfrekvenciás teljesítménymérés, stb.



1.7.1.2.3 Feszültségfüggő ellenállás (varisztor, VDR)



Fémoxid és félvezető (SiC) alapanyagú alkatrészek, amelyek karakterisztikája erősen nemlineáris. A feszültség-áram összefüggés:

$$i = k_1 u + k_2 u^\gamma$$

ahol k_1 , k_2 anyagjellemző konstansok, γ meredekségi kitevő (2-50).

Kis feszültségeknél a $k_1 u$ tag dominál (1V alatti VDR-ek gyakorlatilag ellenpárhuzamosan kapcsolt túlszenyezett diódák), míg nagyobb feszültségeknél az összefüggés második tagja a jellemző.

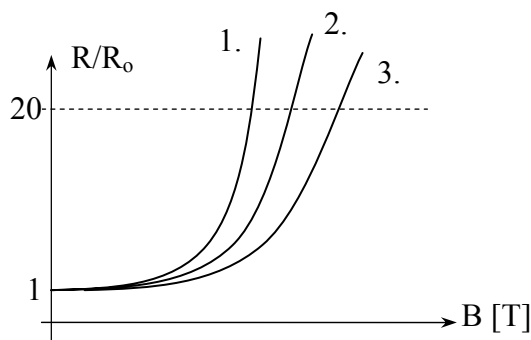
Felhasználásuk jelentősen nőtt az egyre érzékenyebb elektronika megjelenésével, mivel alapvető felhasználási területük a túlfeszültség levezetés (elsősorban a nagy γ értékűek), de egyéb célokra, pl. feszültségfüggő osztás is alkalmazzák.

1.7.1.2.4. Fotoellenállások

A fotoellenállások tulajdonságait, működését, egyéb jellemzőit az optoelektronikai alkatrészek és alkalmazásaik fejezet tartalmazza (Elektronika IV. jegyzet).

1.7.1.2.5. Mágnesesen vezérelhető ellenállások (Hall-ellenállások)

Működésük a Hall-hatásan alapul, azaz a mágneses térben az elektronok pályája elhajlik, így ha az áram útjára merőlegesen létrehozunk egy mágneses teret, akkor az elhajló pálya miatt megnő az áram útja így az ellenállás is. Szélsőséges esetben a vezetés meg is szűnhet, mert az elhajlás 90° , pl. alkalmazás kontaktusnélküli kapcsolónak. A feszültség-áram kapcsolat nemlineáris, de a mérés technikai célokra alkalmazott Hall-szenzorok esetén linearizált, így alkalmas egyen illetve váltakozó áram kontaktus (és áramkörbontás) nélküli mérésére.



A parametrizált (1-3) karakterisztikák különböző szennyezésekkel előállított Hall-ellenállásokat jellemeznek.

Felhasználási területük: mérés technika (lineáris üzem), kontaktusnélküli kapcsoló, vagy közelítéskapcsoló (kapcsolóüzem).

1.7.2. Kondenzátorok

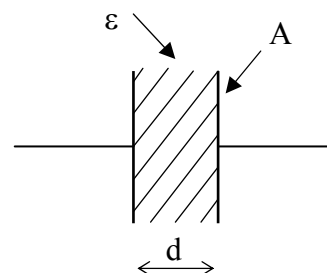
A kondenzátorok olyan passzív elektronikai alkatrészek, amelyek rendelkeznek a töltéstárolás képességével (kapacitással). Más töltéstárolásra alkalmas eszközöktől kialakításuk és felhasználási területük különbözteti meg őket.

A kondenzátorok alapvetően a síkkondenzátorok elvén épülnek fel. A síkkondenzátor töltéstároló képessége egyenesen arányos a kondenzátor-lemezek közötti anyag dielektromos állandójával (ϵ), a tároló lemezek felületével (A) és fordítottan arányos azok távolságával (d).

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

Az ϵ_0 a vákuum dielektromos állandója (értéke $\sim 8,855 \cdot 10^{-12}$ As/Vm), ϵ_r az anyagra jellemző relatív dielektromos állandó.



A lemezek közötti szigetelő anyag (dielektromos állandójának szokásos elnevezése permittivitás) nem ideális. Véges szigetelési ellenállással rendelkezik és fajlagos ellenállása sem végtelen (bár rendszerint nagy). Ez egyrészt azt jelenti a gyakorlatban, hogy a kondenzátor kis mértékben átvezet (töltése önmagától kisül), másrészt egy adott feszültség felett a szigetelőanyag átüt. Kis méretben gyártott nagy értékű kondenzátoroknál különösen jelentős probléma, hogy a méret csökkentésére nagyon vékony szigetelőanyagot alkalmazva nagy térerő alakul ki, amely erősen igénybe veszi a szigetelőanyagot. A nedves dielektrikumú kondenzátoroknál (bár igen nagy kapacitások érhetők el) a fajlagos ellenállás kicsi, így kapacitásuk erősen instabil, paraméterei időben és hőmérsékletre erősen változnak. A fentiek alapján látható, hogy a kondenzátorok tulajdonságait alapvetően a szigetelőanyag dielektromos tulajdonságai és a mechanikai konstrukció szabja meg.

A kondenzátorokat csoportosíthatjuk

a) *dielektrikumuk alapján:*

- légnemű vagy folyadék
- műanyag
- elektrolit
- kerámia, csillám, kvarc

b) *mechanikai konstrukciójuk alapján:*

- tekercselt
- hengeres
- fazék
- réteg
- fólia
- mérő
- trimmer
- forgó

c) *értékük relatív állandósága alapján:*

- fixértékű
- változtatható értékű

(Ellentétben az ellenállásokkal csak nagyon ritkán használunk változtatható értékű trimmer kondenzátorokat vagy forgó kondenzátorokat az erős instabilitás miatt.)

d) *a kondenzátorokra kapcsolható feszültség alakja szerint:*

- polarizált
- nem polarizált kondenzátorokra

(A polarizált kondenzátorok is megengednek -típustól függő mértékű- egyenfeszültségre szuperponált váltakozó feszültséget. A nem polarizált kondenzátorok mind egyen, mind váltakozófeszültséggel működhetnek, azonban a rákapcsolható egyen és váltakozófeszültség gyakran eltér egymástól a dielektrikum és a konstrukció függvényében.)

A dielektrikum és az alkalmazott mechanikai konstrukció gyakran kölcsönhatásban vannak egymással, így a felsorolt kondenzátor-típusok nem minden kombinációban léteznek.

Egyes dielektrikumok érdekes tulajdonsága az *önregenerálódási képesség*, ami a megsérült dielektrikumoknak lehetővé teszi, hogy az átütés miatt keletkezett lyukak újra telítődjenek az átütéskor gőzzé szublimált dielektrikummal és így a kapacitás közelítően visszanyerje eredeti értékét.

Léteznek csak az elektrotechnikai gyakorlatban használt nagyfeszültségű (0.4...~10 kV), kizárólag váltakozó áramú működtetésre tervezett kondenzátorok is, azonban ezekkel szemben más követelményeket támasztunk, mint az elektronikai kondenzátorokkal szemben.

Rendelkezésre állnak speciális feladatokra kiképzett kondenzátorok is, pl. starter kondenzátorok egyfázisú motorokhoz, zavarssűrítő kondenzátorok minden kefésszikkázást okozó berendezéshez, megszakító áramkörökben használt szikraoltó kondenzátorok, stb.

A továbbiakban csak az elektronika kondenzátor típusaival és tulajdonságaikkal foglalkozunk.

1.7.2.1. Nem-polarizált kondenzátorok

A nem polarizált kondenzátorok áramköri jelölése:



A nem elektrolit dielektrikumú kondenzátorok általában nem polarizáltak. A legelterjedtebb elektronikai kondenzátorok a műanyag dielektrikumú kondenzátorok. Kis és stabil kapacitások esetén használjuk a kerámia, csillám vagy a kvarc dielektrikumú kondenzátorokat. Fellelhetők még az impregnált papír dielektrikumú kondenzátorok is, bár szerepük visszaszorulóban van a műanyag dielektrikumú kondenzátorokkal szemben.

A nem polarizált kondenzátoroknál is gyakran jelölik azt a lábat, amelyik a legfelső fegyverzethez van kötve, mert így zavarvédetség szempontjából ezt a lábat földpotenciálra kötve alacsonyabb zavarérzékenység érhető el. (a felső fémezett fegyverzet egyben árnyékolásként is szolgál.

1.7.2.1.1. Fémezett papír kondenzátorok (MP)

Az MP kondenzátorok régóta használt kondenzátorok, jelentőségük –mivel a legtöbb felhasználási területen kiválthatók az elektronikához jobban illeszkedő műanyag dielektrikumú kondenzátorokkal– egyre csökken. Elsősorban a ~kV-os átütési tartományban, speciális elektronikai területeken használják, pl. motorindító kondenzátor, fáziskompenzáció, stb. A dielektrikum olajjal impregnált papír, a fegyverzetek az erre gözőlögötéssel felvitt fémrétegek.

1.7.2.1.2. Műanyag dielektrikumú kondenzátorok

Műanyag dielektrikummal ~nF-tól ~μF kapacitás értékig és ~V-tól ~100 V-ig gyártanak különböző üzemi hőmérséklet tartományra kondenzátorokat, általános felhasználási célokra. Stabil kapacitást igénylő áramkörökben (pl. rezgőkörök, impulzusteknikai áramkörök, stb.) korlátozottan használhatók.

Leggyakoribb műanyag dielektrikumok:

- polisztirol (PS)
- polipropilén (PP)
- polietiléntereftalát (PETP)
- polikarbonát (PC)

A műanyag kondenzátorokkal gyakran alakítanak ki préselt réteg kondenzátorokat, amelyek az elektronika legelterjedtebb kondenzátorai a fólia kondenzátorokkal együtt.

a) Polisztirol kondenzátor (PS)

Jó dielektromos tulajdonságokkal rendelkezik (alacsony veszteségi tényező), felhasználható stabil kapacitást előíró kapcsolásokban is, bár rosszak a hőmérsékleti és a mechanikai tulajdonságaik. A működési hőmérsékleti határérték $70\text{ }^{\circ}\text{C}$. Nedvszívó a dielektrikum, ezért burkolják (beöntik).

b) Polipropilén (PP)

Jó hőmérsékleti és mechanikai tulajdonságokkal rendelkezik. Maximális üzemi hőmérsékleti határérték $85\text{ }^{\circ}\text{C}$. Nagystabilitású áramkörökben is felhasználhatók, mivel veszteségi tényezőjük alacsony (a PS-nél nagyobb). Fémezett változatát impulzusteknikai és nagyfeszültségű áramkörökben használják.

c) Polietiléntereftalát (PET)

Jó hőmérséklettűrőssé (135 $^{\circ}\text{C}$), kis méretű kondenzátorok állíthatók elő. Elsősorban a papír kondenzátorok kiváltására alkalmazzák minden olyan áramkörben, ahol korábban ilyen kondenzátorokat alkalmaztak. Elektronikai áramkörökben gyakran alkalmazott fólia kondenzátorok is ide tartoznak. Kapacitása erősen hőmérsékletfüggő. Váltakozófeszültségű tőrése 2/3 része a névleges feszültségnek.

d) Polikarbonát (PC)

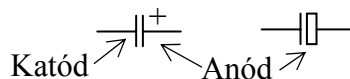
Magas határhőmérséklet (130 $^{\circ}\text{C}$) jellemzi. Tulajdonságai a PP és a PET között helyezkednek el. Kapacitása és szigetelési ellenállása erősen hőmérsékletfüggő. Veszteségi tényezője erősen frekvenciafüggő.

1.7.2.1.3. Kerámia, csillám, kvarc kondenzátorok

A kerámia, csillám és kvarc kondenzátorok nagy frekvenciákon is megbízhatóan működő, alacsony veszteségi tényezőjű, nagyon stabil, de kis értékű kapacitások. Nagyfeszültségű (elektronikai szempontból) változatai is elterjedtek. A kerámia cső vagy tárcsa kialakítású kondenzátorokat gyakran alkalmazzák hőmérsékleti együtthatók kompenzálására is, mivel hőmérsékleti együtthatójuk pozitív és negatív is lehet. A kvarc kondenzátorokkal gyakran valósítanak meg nagyfrekvenciás passzív szűrőköröket (mechanikai szűrők). Az ilyen típusú kondenzátorokkal átfogható értéktartomány a $\sim\text{pF}$ - $\sim\text{nF}$ tartományig terjed.

1.7.2.2. Polarizált kondenzátorok

A polarizált kondenzátorok áramköri jelölése:



Az elektrolit kondenzátorok lehetnek száraz vagy nedves dielektrikumúak. A dielektrikum anyaga lehet alumíniumoxid (Al_2O_3) vagy tantálpentoxid (Ta_2O_5). A két dielektrikum jelentősen eltérő tulajdonságokkal és felhasználási területekkel rendelkezik. Közös jellemzőjük, hogy nagy kapacitások valósíthatók meg és érzékenyek a helyes polarításra.

1.7.2.2.1. Alumíniumoxid elektrolit kondenzátorok

Az egyik elektróda alumínium fólia, amely mesterségesen (maratással) megnövelt felületű alumíniumoxid szigeteléssel (rendkívül jó szigetelő) van ellátva, a másik elektróda maga a folyékony elektrolit. Mivel az alumíniumoxid már csekély vastagságban is igen nagy átütési szilárdságot biztosít, így nagy kapacitások állíthatók elő.

A veszteségi tényezőjük rossz, szivárgó áramuk jelentős. Viszonylag kis feszültséget viselnek el, azonban ez az érték az elektronika számára elegendő. Alapvető felhasználási területük simítás és szűrés elektronikai tápegységekben vagy tápellátásban. Megvalósítható $\sim 10000 \mu\text{F}$ -os kondenzátor is. Egyenfeszültség tűrésük $\sim 100 \text{ V}$ -ra is terjedhet, bár tipikusan kis feszültségen használják.

A leggyakoribb kivitelük a *nedves alumínium elektrolit* kondenzátor. Léteznek száraz alumínium elektrolit kondenzátorok is, bár ezekkel kisebb kapacitás valósítható meg, de megbízhatóbbak. Leggyakrabban hengeres kivitelűek, ahol a külső burkoló alumínium henger egyben az egyik elektróda is. Axiális vagy radiális kivezetéssel gyártják őket és létezik speciálisan nyomtatott-áramköri változatuk is.

Az alumíniumoxid elektrolit kondenzátorok élettartama az összes kondenzátor között a legalacsonyabb és gyakran összemérhető az elektronika várható erkölcsi élettartamával (a fizikai élettartam általában jóval nagyobb). Ez azt jelenti, hogy az elektrolit kondenzátorok az elektronika kritikus alkatrészei, gyakran felelősek annak meghibásodásáért. Tárolásra árzálenyek, könnyen kiszáradhatnak. Hosszabb idejű tárolás után formálást igényelnek (fokozatos feszültségterhelés többszörös kisütéssel).

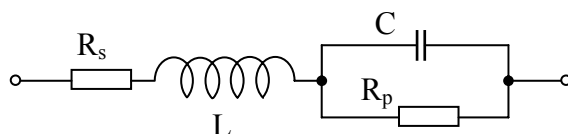
1.7.2.2.2. Tantál kondenzátorok

Mind a nedves, mind a száraz tantálpentoxid elektrolit kondenzátor elterjedt. Kis méretben jelentős kapacitás kialakítására alkalmasak, bár ez az érték sokkal kevesebb, mint az alumínium elektrolit kondenzátorral megvalósítható, azonban a méret/kapacitás érték kedvezőbb. A kapacitás sokkal stabilabb, megbízhatóbb az alumínium elektrolit kondenzátorokhoz képest. Széles hőmérsékleti tartományban használhatók ($-55\dots+85$, egyes típusaik $+175 \text{ }^\circ\text{C}$ -ig), az üzemi feszültség tartományuk a kapacitás értékkel fordítottan arányos. Kis mértékű fordított polaritást is elviselnek, de ez csak $\sim \text{V}$ lehet. Általában lapos fólia vagy csepp kivitelűek.

Az elektronikában nagyobb, stabil kapacitásértékeket igénylő áramkörökben használjuk.

1.7.3.1. Valóságos kondenzátorok jellemzői

1.7.3.1.1. A valóságos kondenzátor helyettesítő-képe



Az R_p a dielektrikum veszteségét modellezi, az R_s a hozzávezetések és a belső összeköttetések eredő veszteségi ellenállása, az L a kondenzátor gyártása során a struktúrától függő mértékű induktivitás (tekercselt változatnál nagyobb, réteges kialakításúnál kisebb).

A kondenzátorokat általában a soros rezonancia frekvencia alatt használják, így az induktivitás hatása általában elhanyagolható.

Nagyfrekvencián a kondenzátorok soros ellenállása dominál, míg kisebb frekvenciákon a párhuzamos.

1.7.3.1.2. Jósági tényező, veszteségi tényező

A jósági tényező (Q) a kondenzátor meddő teljesítményének és a veszteségi teljesítményének a hányadosa.

A gyakorlatban nem a jósági tényezőt használjuk a kondenzátor jóságának mérésére, hanem a veszteségi tényezőt.

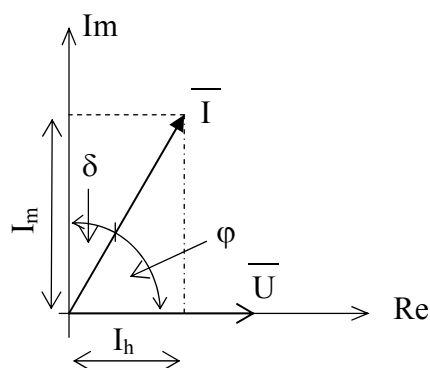
φ az áram és a feszültség közötti fázisszög

$\delta = 90^\circ - \varphi$ veszteségi szög

I_h az áram hatásos komponense

I_m az áram meddő komponense

$$Q = \frac{UI \sin(\varphi)}{UI \cos(\varphi)} = \tan \varphi = \tan(90^\circ - \delta) = \frac{1}{\tan \delta}$$



A veszteségi tényező ($\tan \delta$) a jósági tényező reciproka. A veszteségi tényező függvénye a hőmérsékletnek és a frekvenciának is. Úgy választjuk ki a kondenzátorokat, hogy az adott frekvencia tartományban és hőmérsékleti körülmények között legyen a veszteségi tényező minimális. A veszteségi tényező katalógus adat.

A veszteségi ellenállások a veszteségi tényező segítségével számíthatók ki.

$$\text{Kisfrekvencián: } \tan \delta = \frac{1}{R_p C \omega}$$

$$\text{Nagyfrekvencián: } \tan \delta = R_s C \omega$$

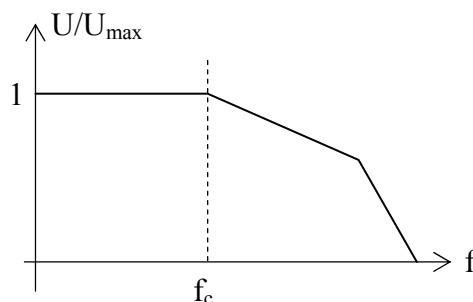
1.7.3.1.3. Feszültség terhelhetőség

A veszteségi ellenállások miatt a növekvő feszültséggel nő a hővé alakított veszteség, így a dielektrikum melegszik, a kondenzátor tönkremehet. A megengedett feszültség behatárolásának másik oka a nagyon vékony dielektrikumon fellépő nagy térerő, ami a

dielektrikumot átütheti. A kondenzátorokra a rákapcsolható névleges egyenfeszültséget adják meg. Azoknál a típusoknál, amelyek váltakozó feszültséget is elviselnek a megengedett váltakozó feszültség effektív értékét a névleges feszültség százalékában, vagy abszolút értékben adják meg.

A hőmérséklet növekedésével a megengedett feszültség értéke csökken.

A névleges feszültség is függ a frekvenciától (mivel R_s és R_p is függ tőle):



1.7.3.1.4. Szivárgó áram

A dielektrikum véges fajlagos ellenállása miatt a fegyverzetek között szivárgás lép fel. Ez különösen az elektrolit kondenzátoroknál jelentős (ott is elsősorban az alumíniumoxid elektrolit kondenzátornál). A szivárgó áram miatt a kondenzátor töltését záros időn belül elveszti. A szivárgó áram katalógusadat.

1.7.3.1.5. Hőmérséklet tartományok

A kondenzátorok dielektrikuma hőmérsékletfüggő: $\varepsilon_v = \varepsilon_o(1 + \alpha_c \Delta v)$

ε_v a hőmérsékletváltozás után kapott dielektromos állandó

ε_o a névleges dielektromos állandó

α_c az anyagra jellemző hőfoktényező

Δv hőmérsékletváltozás

A kapacitásváltozás mértéke:

$$\frac{\Delta C}{C} / \Delta v \quad (\%/^{\circ}\text{C})$$

A kondenzátorok üzemi hőmérséklet-tartománya katalógus adat, de a kondenzátorok – elsősorban is az elektrolit kondenzátorok – érzékenyek a tárolási körülményekre is. Az elektrolit kondenzátorok élettartamát befolyásolják az üzemeltetési körülmények (pl. stressz, azaz nagy feszültség, áram és hőmérséklet változások), a tárolási hőmérséklet és időtartam. A hosszú ideig tárolt nedves elektrolit kondenzátorok üzembe állítása csak fokozatos formálás után történhet meg, mert a kiszáradás folyamán megváltozott tulajdonságai miatt névleges feszültségre kapcsolva olyan hő keletkezhet, amely a kondenzátor robbanásszerű tönkremenetelét okozza.

1.7.3.1.6. Kondenzátorok értéktartományai és tűrése

A szabványos kondenzátor értékek az ellenállásokhoz hasonló sort alkotnak csak kevesebb elemértékkel, mivel az egyedileg kalibrált mérő kondenzátorok kivételével a kondenzátorok tűrése lényegesen nagyobb, mint az ellenállások tűrése. Különösen igaz ez

az elektrolit kondenzátorokra, ahol a tűrés az 50 %-ot is elérheti. Az egyes kondenzátorok értéktartománya és tűrése eltér egymástól, mivel a teljes értéktartományt nem tudjuk egyetlen fajta kondenzátorral lefedni.

1.7.3. Tekercsek

A tekercsek az induktivitások gyakorlati megvalósításai. A tekercsek változatosságuk miatt általában nem katalógus áramkörök, hanem egyedileg méretezett és megvalósított alkatrészek, ezért felhasználásukat –ha van rá mód- kerülni kell az elektronikában. Az induktivitások gyakran kiválthatók kondenzátoros kapcsolásokkal. Az egyedi, kisszerűs megvalósítás jelentős többlet költséget eredményezhet és a méretük sem illeszkedik az elektronika egyre csökkenő méreteihez. Vannak olyan áramkörök, ahol felhasználásuk nem kerülhető meg, pl. nagyobb teljesítményű kapcsolóüzemű tápegységek, zavarűző kapcsolások, stb.

A tekercsek lehetnek:

- légmagos
- vasmagos tekercsek

1.7.3.1. Légmagos tekercsek

Légmagos tekercsekkel csak kis induktivitás valósítható meg, így felhasználásuk inkább nagyfrekvencián szokásos. Mechanikai stabilitásuk az önhordó kivitel miatt alacsony. Induktivitásuk, mivel nem tartalmaznak vasmagot, stabil, az eszköz lineárisnak tekinthető.

Egy rétegben tekercselt (szolenoid) tekercsekre, amennyiben a tekercs átmérője kisebb, mint a tekercs hossza (alaktényező ≤ 1) felírható:

$$L = \mu A \frac{N^2}{l}, \text{ ahol}$$

μ a permeabilitás

N a tekercs menetszáma

L a tekercs hossza

A a tekercs keresztmetszete

Amennyiben a tekercs több menetben egymáson helyezkedik el akkor korrekciós képletekkel kell számolni, pl. Nagaoka képletek.

A légmagos tekercsekben csak rézvesztés lép fel, amely értéke ugyan függ a frekvencia gyökétől (a kiszorulási jelenség, a skin-hatás miatt nő a vezeték ellenállása), de nem jelentős.

1.7.3.2. Vasmagos tekercsek

A vasmagos tekercsek, mivel a ferromágneses anyagok mágnesezési görbéje nem lineáris, nemlineáris alkatrésznek tekinthetők. A rézvesztés mellett a vasmagban, amely számos eltérő tulajdonságú anyagból épülhet fel, különböző veszteségek keletkeznek.

$$P_v = P_H + P_O$$

A P_v a vasvesztés, P_H a hiszterézis-vesztés, P_O az örvényáramú veszteség.

A *hiszterézis-veszteség* arányos a mágnesezési görbe által bezárt területtel (A_H), így a lágymágneses és a keménymágneses anyagok eltérő veszteségűek. Ez a veszteség arányos az átmágnesezések időegység alatti számával, így értéke a frekvenciával arányos.

$$P_H = k A_H f, \text{ k arányossági tényező}$$

Az *örvényáramú veszteség* mértéke a vasmagban keletkező örvényáramoktól függ. A vasmag kialakítása, szemcsenagysága, a szemcsék elszigetelése egymástól nagymértékben befolyásolja az örvényáramú veszteséget. A veszteség a frekvencia négyzetével arányosan nő.

$$P_O = k f^2$$

Alacsony frekvenciákon pl. 50 Hz és magas frekvenciákon pl. kHz-MHz eltérő anyagokat és kialakításokat használunk. Az örvényáramú veszteség csökkenthető, ha lerövidül az örvényáram útja, amelyet úgy érnek el, hogy porkohászati úton előállított vasmagokat használunk (ferrit). A szemcsék finomsága, az oxidáció a szemcsék között (mint szigetelőanyag), illetve nagyfrekvenciás teljesítményelektronikai tekercseknél műanyag bevonat a szemcséken, mind az örvényáramú veszteség csökkentését szolgálják.

Gyakoribb lágymágneses vasmagok:

- *Lemezelt vasmag*: kisfrekvenciákon alkalmazzák (hangfrekvenciás tartomány). Kialakításuk hasonló, mint a hálózati transzformátoroké. A hengerelt transzformátor-lemezeket az oxidáció szigeteli el egymástól. Jobb tulajdonságúak az egy irányban hengerelt szalagmagra tekercselt tekercsek.
- *Ferrit vasmag*: porkohászati eljárással előállított, préssel formára kialakított anyagok. Jellemzőjük a redukált hatásos keresztmetszet A^* , így ezzel az értékkel ugyanúgy lehet az induktivitást számolni, mint légmagos tekercseknél. Közepes frekvenciákon használjuk. Gyakori kialakítás a fazék vasmag.
- *Nagyfrekvenciás porvasmagok*: a porkohászati úton előállított apró szemcséket műanyag bevonattal látjuk el, így örvényáramú tulajdonságaik tovább javulnak. Kiválóan alkalmasak nagyobb frekvenciákon teljesítményelektronikai áramkörökben történő alkalmazásra, pl. szekunder oldali kapcsolóüzemű tápegységek. Kialakításuk, E, I és gyűrű.

A keménymágneses anyagokat korábban tároló áramkörként használták, ám a nagy méret és kis tároló kapacitás miatt már nem használják ilyen célra.

Ajánlott irodalom

- [1.] Geher: *Lineáris áramkörök*, Műszaki Könyvkiadó, 1988
- [2.] Schnell: *Jelek és rendszerek mérés technikája*, Műszaki Könyvkiadó, 1985.
- [3.] U.Tietze-Ch.Schenk: *Analóg és digitális áramkörök*, Műszaki Könyvkiadó, 1991.
- [4.] Zinke-Seither: *Ellenállások, kondenzátorok, tekercsek*, Műszaki Könyvkiadó, 1986.
- [5.] Uray-Szabó: *Elektrotechnika*, Műszaki Könyvkiadó, 1974.

Tartalomjegyzék

1.	Elektronikai alapismeretek.....	2
1.1.	Jelek értelmezése, csoportosítása és ábrázolása idő- és frekvencia tartományban	2
1.1.1.	A jel-idő függvények csoportosítása	2
1.1.1.1.	A jel-idő függvények csoportosítása az alkalmazott matematikai módszerek alapján	2
1.1.1.1.1.	Színuszosan periodikus jelek ábrázolása idő- és frekvencia tartományban	3
1.1.1.1.2.	Általánosan periodikus jelek ábrázolása idő és frekvencia tartományban ..	6
1.1.1.1.3.	Kvázi-periodikus jelek ábrázolása idő- és frekvencia tartományban	8
1.1.1.1.4.	Tranziens jelek ábrázolása idő és frekvencia tartományban	8
1.1.1.2.	Csoportosítás az értéktartományok folytonossága alapján.....	9
1.2.	Négypólus-elmélet alapjai.....	10
1.2.1.	A négypólusok pozitív vonatkoztatási irányai:	10
1.2.2.	Négypólus-paraméterek.....	11
1.2.3.	Négypólusok illesztése	13
1.3.	Lineáris hálózatok leírása idő-, frekvencia- és komplex frekvencia tartományban	15
1.3.1.	Leírás időtartományban	15
1.3.2.	Leírás frekvencia tartományban	17
1.3.3.	Az átviteli függvény ábrázolási módszerei.....	18
1.3.4.	Logaritmikus egységek az elektronikában	20
1.3.5.	Amplitúdó és fázisdiagram szerkesztése Bode építő elemekből	21
1.3.5.1.	Valós szám ábrázolása.....	22
1.3.5.2.	Valós tengelyen fekvő zérus ábrázolása.....	23
1.3.5.3.	Konjugált komplex zérus.....	24
1.3.5.4.	Konjugált komplex zérus a képzetes tengelyen.....	26
1.3.5.5.	Origóban fekvő zérus	27
1.4.	Szűrő alapismeretek	30
1.4.1.	Aluláteresztő szűrő	30
1.4.2.	Felüláteresztő szűrő	31
1.4.3.	Sáváteresztő szűrő	31
1.4.4.	Sávzáró szűrő.....	32
1.4.5.	Gyakran alkalmazott polinomok alapvető tulajdonságai.....	32
1.4.5.1.	Butterworth-szűrő.....	32
1.4.5.2.	Chebisev szűrők	33
1.5.	Egyszerű négypólusok vizsgálata idő- és frekvencia tartományban.....	33
1.5.1.	Egyszerű integrátor.....	33
1.5.2.	Egyszerű derivátor.....	36
1.5.3.	Frekvenciafüggő osztó (Wien-osztó).....	37
1.5.4.	Wien-Robinson híd.....	40
1.5.5.	Kettős-T alaptag	42
1.6.	Rezgőkörök	45
1.6.1.	Soros rezgőkör.....	45
1.6.2.	Párhuzamos rezgőkör	46
1.7.	Az elektronika passzív alkatrészei	47
1.7.1.	Ellenállások	47
1.7.1.1.	Passzív ellenállások	47
1.7.1.2.	Elektromos ellenállások.....	52
1.7.1.2.1.	Nyúlásmérőbéllyeg	52

1.7.1.2.2.	Hőellenállás (termisztor)	52
1.7.1.2.3	Feszültségfüggő ellenállás (varisztor, VDR).....	53
1.7.1.2.4.	Fotoellenállások.....	54
1.7.1.2.5.	Mágnesesen vezérelhető ellenállások (Hall-ellenállások).....	54
1.7.2.	Kondenzátorok	54
1.7.2.1.	Nem-polarizált kondenzátorok	56
1.7.2.1.1.	Fémezett papír kondenzátorok (MP)	56
1.7.2.1.2.	Műanyag dielektrikumú kondenzátorok.....	56
1.7.2.1.3.	Kerámia, csillám, kvarc kondenzátorok	57
1.7.2.2.	Polarizált kondenzátorok	58
1.7.2.2.1.	Alumíniumoxid elektrolit kondenzátorok	58
1.7.2.2.2.	Tantál kondenzátorok	58
1.7.3.1.	Valóságos kondenzátorok jellemzői.....	59
1.7.3.1.1.	A valóságos kondenzátor helyettesítő-képe	59
1.7.3.1.2.	Jósági tényező, veszteségi tényező.....	59
1.7.3.1.3.	Feszültség terhelhetőség.....	59
1.7.3.1.4.	Szivárgó áram.....	60
1.7.3.1.5.	Hőmérséklet tartományok	60
1.7.3.1.6.	Kondenzátorok értéktartományai és tűrése.....	60
1.7.3.	Tekercsek.....	61
1.7.3.1.	Légmagos tekercsek	61
1.7.3.2.	Vasmagos tekercsek	61
Ajánlott irodalom		62