

P é l d a g y ű j t e m é n y **az 'Elektrotechnika' c. tárgy előadásaihoz**

Elektrosztatikus tér.

Elektrosztatikus tér a térnek azon része, ahol elektromos erőhatások érvényesülnek!

Töltés jele : Q egysége az 1 coulomb [1 C], (1 C = 1 As)

Az elektron töltése : $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Az elektron nyugalmi tömege : $m = 0,911 \cdot 10^{-32}$ kg

Ha egy Q töltés E elektromos erőterbe kerül akkor a töltésre F erő hat: $\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$ [N]

Elektromos térben az F erő hatására az elektronra a gyorsulás hat. $a = \frac{F}{m} = \frac{Q \cdot E}{m}$ [m/s²]

A mozgó töltés mozgási energiája (h út megtétele után): $W = \frac{m \cdot v^2}{2} = Q \cdot U = Q \cdot E \cdot h$ [Ws]

A mozgó töltés sebessége t idő elteltével : $v = a \cdot t$ [m/s]

1. példa.

Egy elektron az 1. ábrán látható kondenzátor lemez A oldaláról zérus kezdősebességgel indul a pozitív lemez felé. Adatok : $U = 200$ V; $v_0 = 0$; $d = 5$ mm;

- a. Mekkora lesz a az elektront gyorsító erő?
- b. Mekkora az elektron gyorsulása ?
- c. Mekkora az elektron végsebessége ?
- d. Mennyi idő alatt éri el a lemez B oldalát ?
- e. Mekkora az elektron sebessége a lemezek között fél úton ?

Megoldás :

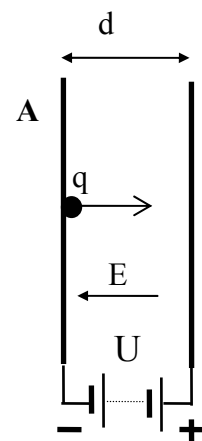
$$a./ \quad F = q \cdot E = q \cdot \frac{U}{d} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{200}{5 \cdot 10^{-3}} = 6,4 \cdot 10^{-15} \text{ N}$$

$$b./ \quad a = \frac{F}{m} = \frac{6,4 \cdot 10^{-15}}{0,911 \cdot 10^{-32}} = 7,03 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$$

$$c./ \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 200}{0,911 \cdot 10^{-32}}} = 8384294 \text{ m/s}$$

$$d./ \quad t = \frac{v}{a} = \frac{8384294}{7,03 \cdot 10^{15}} = 1,19 \cdot 10^{-9} \text{ s} \quad [\text{s}]$$

$$e./ \quad v^* = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot q}{m} \cdot E \cdot \frac{d}{2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{0,911 \cdot 10^{-32}} \cdot \frac{200}{2}} = 5928594 \text{ m/s} \quad [\text{m/s}]$$



1. ábra

2. példa.

A televízió képernyő és az elektront kibocsátó katód közötti távolság $d=200\text{ mm}$, az anód feszültsége $U_A=2000\text{ V}$

- Mennyi idő alatt éri el a katódról zérus sebességgel induló elektron az anódot?
- Mekkora az elektron energiája a becsapódás pillanatában?

Megoldás:

a. A katód anód közötti térerősség : $E = \frac{U_A}{d} = \frac{2000}{0,200} = 10 \cdot 10^3 \text{ V/m}$

Az elektronra ható erő : $F = q \cdot E = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}$

A gyorsulás : $a = F/m = 1,76 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$

Az elektron által befutott út : $d = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad (x_0=0; \quad v_0=0)$

Fenti egyenletből az időt kifejezve :

$$t = \sqrt{2 \cdot \frac{d}{a}} = \sqrt{2 \cdot \frac{0,2}{1,76 \cdot 10^{15}}} = 15,1 \text{ ns}$$

b. A becsapódási energia : $W = q \cdot U = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2000 = 3,2 \cdot 10^{-16} \text{ Js}$

3 példa.

$Q = 4,1 \cdot 10^{-19}$ coulomb nagyságú pozitív elektromos töltés $v=300\text{ km/s}$ sebességgel lép be egy párhuzamos, egymástól $d = 100\text{ mm}$ távolságú (végtelen kiterjedésű) A jelű és B jelű lemez pár közé. A belépés iránya párhuzamos a lemez síkokkal és pontosan a felező vonalon történik. A lemezek közötti feszültség $U_{AB} = 300\text{ V}$. A töltés tömege $m=1,822 \cdot 10^{-28}\text{ kg}$

Mekkora távolságra lesz a töltés a belépést követő $t=100\text{ ns}$ időpillanatban

- az A (pozitív) lemeztől?
- hány mm. a síkkal párhuzamos elmozdulás?

Megoldás:

A töltés t idő alatt $y = a \cdot t^2/2$ utat tesz meg a negatív (B) lemez felé, és $x=v \cdot t$ utat a síkkal párhuzamosan. Ismeretlen az a gyorsulás számértéke, ezt kell először kiszámolni.

$$E = U/d = 3000 \text{ V/m}, \quad F = Q \cdot E = 4,1 \cdot 10^{-19} \cdot 3000 = 1,23 \cdot 10^{-15} \text{ N},$$

$$a = F/m = 1,23 \cdot 10^{-15} / 1,822 \cdot 10^{-28} = 6,75 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2$$

a. az A lemeztől való távolság : $y = 50 + [6,75 \cdot 10^{12} \cdot (100 \cdot 10^{-9})^2 / 2] = 83,8 \text{ mm}$

b. a síkkal párhuzamosan : $x = 300 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-9} = 30 \text{ mm}$

4 példa

$Q = 4,1 \cdot 10^{-19}$ coulomb nagyságú negatív elektromos töltés $v=300$ km/s sebességgel lép be egy párhuzamos, egymástól $d = 100$ mm távolságú (végtelen kiterjedésű) A jelű és B jelű lemez pár közé. A belépés iránya párhuzamos a lemez síkokkal és pontosan a felező vonalon történik. A lemezek közötti feszültség $U_{AB} = 300$ V. A töltés tömege $m=1,822 \cdot 10^{-28}$ kg

Mekkora távolságra lesz a töltés a belépést követő $t=90$ ns időpillanatban

- az 'A' (pozitív) lemeztől ?
- hány mm. a síkkal párhuzamos elmozdulás ?

Megoldás :

A töltés t idő alatt $y = a \cdot t^2 / 2$ utat tesz meg a pozitív (A) lemez felé, és $x = v \cdot t$ utat a síkkal párhuzamosan. Ismeretlen az a gyorsulás számértéke, ezt kell először kiszámolni.

$$E = U/d = 3000 \text{ V/m}, \quad F = Q \cdot E = 4,1 \cdot 10^{-19} \cdot 3000 = 1,23 \cdot 10^{-15} \text{ N},$$

$$a = F/m = 1,23 \cdot 10^{-15} / 1,822 \cdot 10^{-28} = 6,75 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2$$

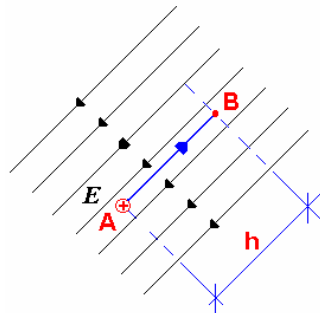
$$a. \text{ az A lemeztől való távolság : } y = 50 - [6,75 \cdot 10^{12} \cdot (90 \cdot 10^{-9})^2 / 2] = 22,7 \text{ mm}$$

$$b. \text{ a síkkal párhuzamosan : } x = 300 \cdot 10^6 \cdot 90 \cdot 10^{-9} = 27 \text{ mm}$$

5 példa

A 2. ábra szerinti $E=45000$ V/m elektromos erőterben egy pozitív $Q=3,8 \cdot 10^{-15}$ C nagyságú pozitív elektromos töltést az 'A' pontból a 'B' pontba viszünk át.

- A töltés áthelyezése munkát igényel, mennyi ez a munka?
- Milyen energiaforrás (külső forrás ami a térrel szemben végez munkát, vagy az E erőter) végez munkát?
- Mekkora az AB pontok közötti potenciál különbség?



2 ábra.

Megoldás :

- az elektromos erőterben végzett munka :

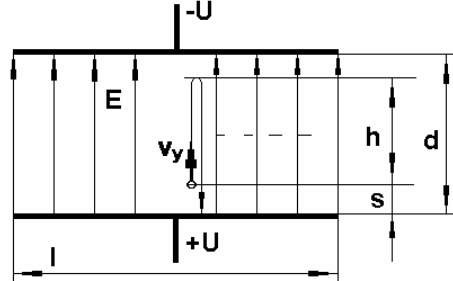
$$W_{AB} = Q \cdot U_{AB} = Q \cdot E \cdot h = 3,8 \cdot 10^{-15} \cdot 45000 \cdot 0,01 = 1,71 \cdot 10^{-12} \text{ Js}$$

- a munkát külső energia biztosítja, miután a pozitív töltés az erőterrel ellentétes irányba mozdul el. (Ha a töltés negatív lenne akkor a munkát az erőter végezné!!!)

$$c./ \quad U_{AB} = E \cdot h = 45000 \cdot 0,01 = 450 \text{ V}$$

6. példa.

A 3. ábrán látható E elektromos térben egy negatív töltésű elektron, a pozitív lemezoldaltól s távolságra, az erőterrel megegyező irányú és értelmű v_y sebességgel rendelkezik. Az elektromos erőter $F=q \cdot E$ ereje ezt a mozgást fékezni fogja olyan mértékben, hogy a töltött részecske sebessége a vizsgált ponttól h távolságra nullára csökken, majd visszafordulva, sebességét növelve becsapódik a pozitív feszültségű lemezbe.



3. ábra

Adatok :

A lemezeken lévő feszültség :	$U=100 \text{ V}$
A lemezek távolsága :	$d=7 \text{ mm}$
Az elektron távolsága a + lemeztől :	$s=1 \text{ mm}$
Az elektron töltése :	$q=-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Az elektron tömege :	$m=9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Az elektron sebessége	$v_y=4500 \text{ km/s}$

Kérdések :

- Mekkora fékezőerő hat az elektronra?
- Mennyire távolodik el az elektron a pozitív lemeztől ($s+h=?$)
- A visszafordulás után az elektron mennyi idő alatt éri el a pozitív lemezt?
- Mekkora az elektron energiája a lemez elérésének pillanatában?

Megoldások :

- a./ Elektromos térben a töltött részecskékre ható (fékező vagy gyorsító) erő : $F=q \cdot E$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{100}{0,007} = 14285,7 \text{ V/m, ebből a fékezőerő : } F = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 14285,7 = -2,3 \cdot 10^{-15}$$

- b./ Az elektron sebessége a következők szerint írható fel :

$$v = v_y + a \cdot t \quad \text{ahol} \quad a = \frac{F}{m} = -\frac{2,3 \cdot 10^{-15}}{9,11 \cdot 10^{-31}} = -2,509 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$$

nyilván az elektron addig távolodik a pozitív lemeztől ameddig a v sebessége éppen nulla nem lesz. Ekkor

$$0 = 4500000 - 2,509 \cdot 10^{15} \cdot t$$

$$\text{ebből az idő kiszámolható : } t = \frac{4500000}{2,509 \cdot 10^{15}} = 1,794 \cdot 10^{-9} \text{ sec.}$$

A megtett út :

$$h = v_y \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 4500000 \cdot 1,794 \cdot 10^{-9} - \frac{1}{2} \cdot 2,509 \cdot 10^{15} \cdot (1,794 \cdot 10^{-9})^2 = 4,034 \text{ mm}$$

$$s+h = 5,034 \text{ mm}$$

c./ A visszafordulás pillanatától az elektromos erőter végez munkát. Az $s+h$ utat t_{vissza} idő alatt teszi meg a töltés. Ezt az időt a

$$s + h = \frac{l}{2} \cdot a \cdot t_{vissza}^2$$

egyenletből meghatározhatjuk,

$$t_{vissza} = \sqrt{\frac{2 \cdot (s + h)}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,034 \cdot 10^{-3}}{2,509 \cdot 10^{15}}} = 2,00347 \cdot 10^{-9} \text{ sec}$$

d./ Az elektron az $s+h$ uton gyorsulva növelik energiájukat. Az energia a töltéssel és megtett út potenciál különbségével arányos, azaz :

$$W_{becsap} = Q \cdot U_{sh-uthoz} \quad U_{sh-uthoz} = E \cdot (s + h) = 14285,71 \cdot (0,00504) = 71,93 \text{ V}$$

Ezzel a becsapódás pillanatában felhalmozott energia : $W_{becsap} = 1,151 \cdot 10^{-17} \text{ Ws}$

7. példa

Egy elektron v sebességgel és α szöggel lép be egy síkkondenzátor (homogénnek tekintett) lemezei közé pont a középvonalat elérve. (lásd 4. ábrát)

Mekkora feszültséget kell a lemezekre kapcsolni, ha azt akarjuk, hogy az elektron az l hosszúságú lemezek között végig haladva a középvonaltól (h távosságra) vízszintes irányba lépjen ki a lemezek közül? (lásd ábrát), Mekkora a h távolság?

Adatok :

$l=20 \text{ mm}$ a lemezek hossza

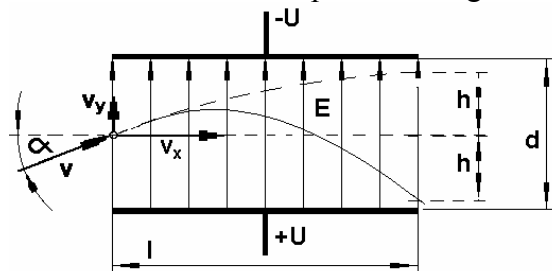
$d= 6 \text{ mm}$ a lemezek belső felületeinek távolsága

$\alpha= 11,31 \text{ fok}$

$m= 9,11 \text{ E-31 kg}$

$q=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$v=20 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ az elektron belépési sebessége



4. ábra

Megoldás :

A v sebességet két komponensre az x irányú v_x és az y irányú v_y sebesség komponensekre bontjuk fel:

$$v_x = v \cdot \cos \alpha = 20 \cdot 10^6 \cos 11,31 = 1,96 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$v_y = v \cdot \sin \alpha = 20 \cdot 10^6 \sin 11,31 = 3,92 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Az elektron x -irányban t idő alatt v_x sebességgel halad át az l hosszúságú lemezek között. Ebből az elektron, lemezek közötti tartózkodásának ideje kiszámítható :

$$t = \frac{l}{v_x} = \frac{0,02}{1,96 \cdot 10^7} = 1,02 \cdot 10^{-9} \text{ sec}$$

Ha az erőter nem fékezné az elektron y -irányú mozgását akkor az elektron

$$t^* = \frac{d}{v_y} = \frac{0,003}{20 \cdot 10^6 \cdot \sin 11,36} = 7,65 \cdot 10^{-10} \text{ sec}$$

idő alatt elérné a lemezt, (ütközne a lemezzel, mielőtt áthaladhatna a lemezek között).

A feladat az, hogy az elektron vízszintesen lépjen ki a lemezek közül, ezért az a értékét úgy kell meghatározni, hogy az elektron y -irányú $v_{y-eredő}$ sebessége pont t idő elteltével legyen nulla (éppen akkor amikor az elektron kilép a lemezek közül).

$$v_{y-eredő} = v_y - a \cdot t = 0$$

Ebből kiszámítható a szükséges gyorsulás:

$$a = \frac{v_y}{t} = \frac{3,92 \cdot 10^6}{1,02 \cdot 10^{-9}} = 3,85 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2$$

Továbbiakban a jól ismert összefüggéseket felírva a feszültség értéke számítható

$$F = m \cdot a = q \cdot E = q \cdot U/d$$

az egyenletet U -ra rendezve :

$$U = m \cdot a \cdot d / q$$

$$U = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3,85 \cdot 10^{15} \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 131,39 \text{ V}$$

Az elektron vízszintes irányú kilépésének helye a középvonaltól számított h távolságra :

$$h = v_y \cdot t - \frac{a \cdot t^2}{2} = 3,92 \cdot 10^6 \cdot 1,02 \cdot 10^{-9} - \frac{1}{2} \cdot 3,85 \cdot 10^{15} \cdot (1,02 \cdot 10^{-9})^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$h = 2 \text{ mm}$$

8.példa.

Egy sík kondenzátor lapfelülete $A = 0,1 \text{ m}^2$, a lemezek közötti távolság $d = 10 \text{ mm}$, a lemezek között $E = 40000 \text{ V/m}$ elektromos erőter mérhető. (a permittivitás

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9} [\text{As/Vm}].)$$

a./ Mekkora kondenzátor kapacitása ?

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{0,1}{10 \cdot 10^{-3}} = 88,4 \text{ pF}$$

b./ Mekkora feszültség mérhető a kondenzátor kapcsain?

$$U = E \cdot d = 40000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 400 \text{ V}$$

c. Mekkora a kondenzátorban felhalmozódott töltés mennyisége ?

$$Q = C \cdot U = 88,4 \cdot 10^{-12} \cdot 400 = 3,54 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

d./ A negatív lemezről nulla sebességgel induló elektron mekkora energiával rendelkezik, ha a lemezek közötti út 5/9-ed részét tette meg??

$$W = Q \cdot E \cdot \frac{5 \cdot s}{9} = 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 40000 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{9} = 3,56 \cdot 10^{-18} \text{ Js}$$

Mozgási indukció

9. példa.

$H=50 \text{ A/m}$ erősségű függőleges irányú homogén mágneses térben egy vasúti kocsí vízszintes mozgással $v=50 \text{ km/h}$ sebességgel halad. Mekkora feszültség indukálódik a kerekeket összekötő fémtengelybe ha a tengely hossza $l=1,2 \text{ m}$

Megoldás :

$$U_i = B \cdot l \cdot v = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 1,2 \cdot 50 \cdot 1000 / 3600 = 1,047 \text{ mV}$$

10. példa

a./ Tervezzen meg egy olyan légmagos hengeres tekercset, (az összetartozó hossz- és menetszám adatait), amelyben az $I=1,0 \text{ A}$ erősségű áram $H=250 \text{ A/m}$ erősségű mágneses teret alakít ki.

b./ Mekkora a mágneses fluxus a tekercs belsejében ? ($\mu_0=4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$)

Megoldás :

$$\text{a./ A tekercs belsejében} \quad H = \frac{N \cdot I}{l} \quad \text{ebből} \quad \frac{l}{N} = \frac{I}{H} = \frac{1}{250} = 4 \cdot 10^{-3}$$

Vagy az l , vagy a H szabadon megválasztható.

$$N = 250 \cdot l$$

Legyen $l=0,2 \text{ m}$ akkor $N= 250 \cdot 0,2 = 50 \text{ menet}$

b./ A tekercs átmérő szabadon megválasztható, (akkor jó a választás ha $l > 5 \cdot d$)

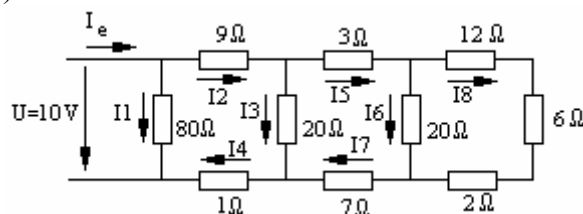
Legyen $d=l/5 = 0,04 \text{ m}$, levegő esetén $\mu_r = 1$, azaz :

$$\phi = B \cdot A = \mu \cdot H \cdot \frac{d^2 \pi}{4} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 250 \cdot \frac{0,04^2 \cdot \pi}{4} = 3,95 \cdot 10^{-7} \text{ Vs}$$

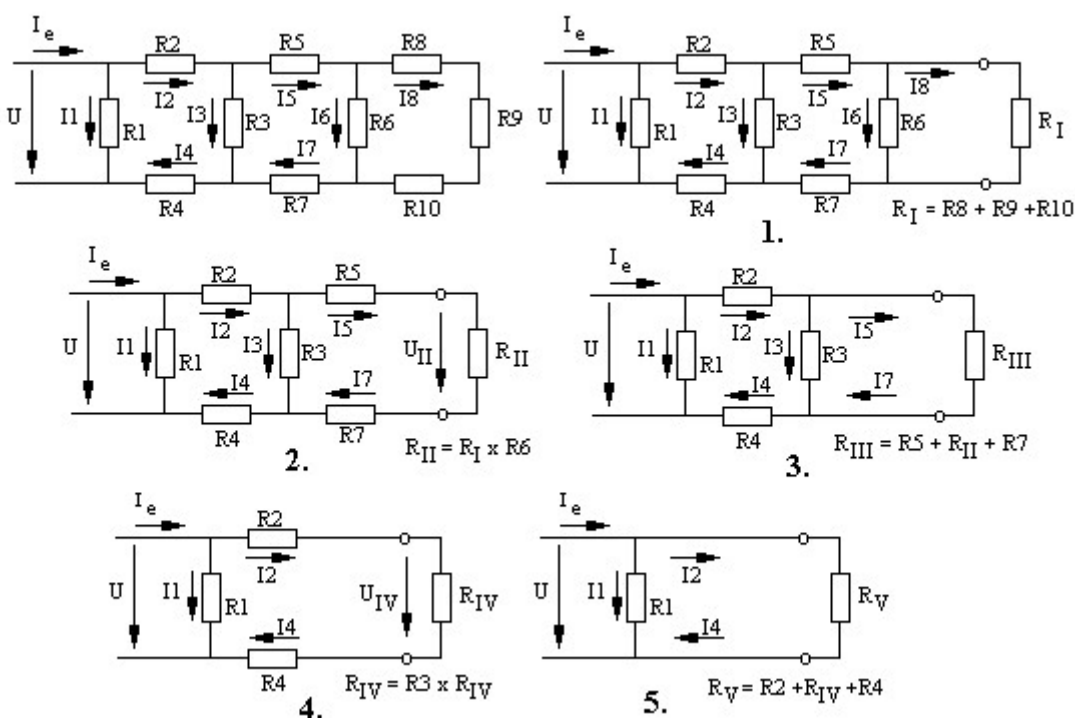
Áramkörök számítása :

11. példa.

Számítással határozza meg az ábrán látható kapcsolás valamennyi ágában folyó áram nagyságát. (I_e , I_1, \dots, I_8)



Megoldás : Az áramkör egyszerűsítése 5 lépésben :



1. $R_I = 20 \Omega$ 2. $R_{II} = 10 \Omega$ 3. $R_{III} = 20 \Omega$ 4. $R_{IV} = 10 \Omega$ 5. $R_V = 20 \Omega$

$$I_1 = U/R_1 = 10/80 = 0,125 \text{ A}$$

$$I_2 = I_4 = U/R_V = 10/20 = 0,5 \text{ A}$$

$$I_3 = U_{IV}/R_3 = I_2 \cdot R_{IV}/R_3 = 0,5 \cdot 10/20 = 0,25 \text{ A}$$

$$I_5 = I_7 = I_2 - I_3 = 0,5 - 0,25 = 0,25 \text{ A}$$

$$I_6 = U_{II}/R_6 = I_5 \cdot R_{II}/R_6 = 0,25 \cdot 10/20 = 0,125 \text{ A}$$

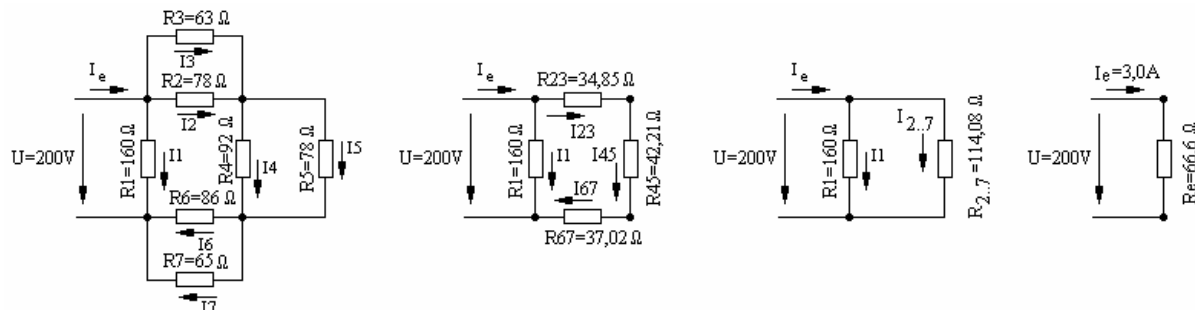
$$I_8 = I_5 - I_6 = 0,25 - 0,125 = 0,125 \text{ A}$$

(5. ábrából következik)

($U_{IV} = I_2 \cdot R_{IV}$ lásd 4. ábra)

12 példa.

Határozza meg az ábrán látható ellenállás-hálózat ágaiban folyó áramok (I_e, I_1, I_7) erősségét, felhasználva a táblázatban megadott (de az ábrán is olvasható) feszültség U , illetve $R_1 \dots R_7$ ellenállások értékeit



Alapadatok táblázata.

U [V]	R1 [Ω]	R2 [Ω]	R3 [Ω]	R4 [Ω]	R5 [Ω]	R6 [Ω]	R7 [Ω]
200	160	78	63	92	78	86	65

Eredmények, (részeredmények) :

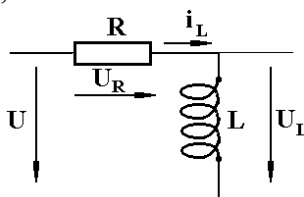
R2R3 [Ω]	R4R5 [Ω]	R6R7 [Ω]		R2..7 [Ω]	Re [Ω]	Ie [A]
34,85	42,21	37,02		114,08	66,6	3,0

I1 [A]	I23=I45=I67 [A]		U23 [V]	U45 [V]	U67 [V]
1,25	1,75		61,10	74,00	64,90

I2 [A]	I3 [A]	I4 [A]	I5 [A]	I6 [A]	I7 [A]
0,78	0,97	0,80	0,95	0,75	1,00

13 példa.

Az ábrán látható áramkört $U=230$ V feszültségű és $f=50$ Hz frekvenciájú hálózatra kapcsoljuk. Az $R=60$ Ohm, $L=111,4$ H.



Számítással határozza meg a következő értékeket:

$X_L, Z, I, \cos(\varphi), \sin(\varphi), \varphi, U_{csúcs}, P, Q, U_R, U_L$

Rajzolja fel az áram- és feszültség vektordiagramját, vagy az időfüggvényeket.

Megoldások:

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 111,4 \cdot 10^{-3} = 35 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{60^2 + 35^2} = 69,46 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230}{69,46} = 3,31 A$$

$$\cos(\varphi) = \frac{R}{Z} = \frac{60}{69,64} = 0,8638$$

$$\sin(\varphi) = \frac{X_L}{Z} = \frac{35}{69,64} = 0,5039$$

$$\varphi = \arcsin(\varphi) = \arccos(\varphi) = 30,26 \text{ fok}$$

$$\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2 \cdot 230} = 325,3 \text{ V}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = 230 \cdot 3,31 \cdot 0,8638 = 657,4 \text{ W (A hatásos teljesítmény)}$$

$$\text{meghatározás egy másik módja : } P = I^2 \cdot R = 3,31^2 \cdot 60 = 657,4 \text{ W}$$

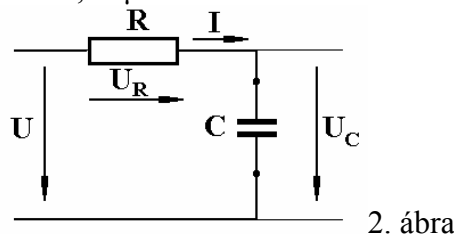
$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) = 230 \cdot 3,31 \cdot 0,5039 = 383,7 \text{ var (A meddő teljesítmény)}$$

$$\text{meghatározás egy másik módja : } Q = I^2 \cdot X = 3,31^2 \cdot 69,46 = 383,7 \text{ var induktív)}$$

$$U_R = I \cdot R = 3,31 \cdot 60 = 198,6 \text{ V} \quad U_L = I \cdot X_L = 3,31 \cdot 35 = 115,9 \text{ V}$$

14 példa.

Az 2. ábrán látható áramkört $U=400 \text{ V}$ feszültségű és $f=50 \text{ Hz}$ frekvenciájú hálózatra kapcsoljuk. Az $R=112 \text{ Ohm}$, $C=36,59 \mu\text{F}$



Számítással határozza meg a következő értékeket:

X_C , Z , I , $\cos(\varphi)$, $\sin(\varphi)$, φ , $U_{\text{csúcs}}$, P , Q , U_R , U_C

Rajzolja fel az áram- és feszültség vektordiagramját, vagy az időfüggvényeket.

Megoldások:

$$X_C = \frac{I}{\omega \cdot C} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 36,59 \cdot 10^{-6}} = 87 \Omega$$

$$\bar{Z} = R + \frac{I}{j\omega \cdot C} \quad \text{ebből} \quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{112^2 + 87^2} = 141,82 \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{400}{141,82} = 2,82 \text{ A}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{R}{Z} = \frac{112}{141,82} = 0,7897 \quad \sin(\varphi) = \frac{X_C}{Z} = \frac{87}{141,82} = 0,6135$$

$$\varphi = \arcsin(\varphi) = \arccos(\varphi) = 37,84 \text{ fok}$$

$$\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2 \cdot 400} = 565,7 \text{ V}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = 400 \cdot 2,82 \cdot 0,7897 = 891 \text{ W (A hatásos teljesítmény)}$$

$$\text{meghatározás egy másik módja : } P = U^2 / R = 400^2 / 112 = 891 \text{ W}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) = 400 \cdot 2,82 \cdot 0,6135 = 692 \text{ var kapacitív!!!}$$

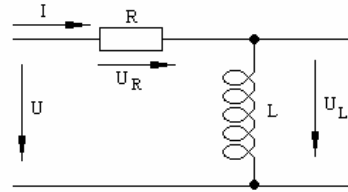
(A meddő teljesítmény meghatározás egy másik módja:

$$Q = U^2 \cdot X = 400^2 / (87) = 692 \text{ var kapacitív})$$

$$U_R = I \cdot R = 2,82 \cdot 112 = 315,8 \text{ V} \quad U_C = I \cdot X_C = 2,82 \cdot 87 = 245,3 \text{ V}$$

15 példa. Az ábrán látható áramkör adatai:

$$\begin{aligned} U &= 220 \text{ V} \quad (\text{szinuszosan váltakozó feszültség}) \\ f &= 50 \text{ Hz} \\ R &= 72 \, \Omega \\ L &= 142 \text{ mH} \end{aligned}$$



- Kérdések:
- Mekkora áram folyik az áramkörben ?
 - $U_R = ?$
 - $U_L = ?$
 - $\varphi = ?$
 - $P = ?$
 - $Q = ?$

Megoldás:

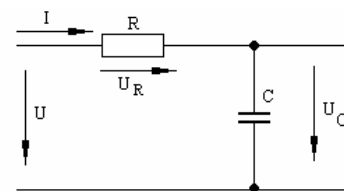
$$U = I \cdot Z; \quad \bar{Z} = (R + j \cdot \omega \cdot L); \quad Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2};$$

$$Z = \sqrt{72^2 + (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 142 \cdot 10^{-3})^2} = 84,7 \, \Omega;$$

- $I = U/Z = 220/84,7 = 2,59 \text{ A}$
- $U_R = I \cdot R = 2,59 \cdot 72 = 187,0 \text{ V}$
- $U_L = I \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot L) = 2,59 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,142 = 115,9 \text{ V}$
- $\varphi = \arctg(2 \cdot \pi \cdot f \cdot L / R) = \arctg(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,142 / 72) = 0,555 \text{ rad} = 31,78^\circ$
- $P = I^2 \cdot R = 2,59^2 \cdot 72 = 485,7 \text{ W}$ vagy $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 220 \cdot 2,59 \cdot \cos(31,78) = 485,7 \text{ W}$
- $Q = I^2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot f \cdot L) = 2,59^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,142 = 300,96 \text{ var}$
Vagy $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 220 \cdot 2,59 \cdot \sin(31,78) = 300,96 \text{ var}$

16 példa. Az ábrán látható áramkör adatai:

$$\begin{aligned} U &= 220 \text{ V} \quad (\text{szinuszosan váltakozó feszültség}) \\ f &= 50 \text{ Hz} \\ R &= 1,2 \text{ k}\Omega \\ C &= 4,5 \, \mu\text{F} \end{aligned}$$



- Kérdések:
- Mekkora áram folyik az áramkörben ?
 - $U_R = ?$
 - $U_C = ?$
 - $\varphi = ?$
 - $P = ?$
 - $Q = ?$

Megoldás :

- $I = U/Z = 220/1392,8 = 0,16 \text{ A}$
 $(Z = \sqrt{R^2 + (X_C)^2} = \sqrt{1200^2 + (1/2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 4,5 \cdot 10^{-6})^2} = 1392,8 \, \Omega \quad X_C = 707,7 \, \text{ohm})$
- $U_R = I \cdot R = 0,16 \cdot 1200 = 189,5 \text{ V}$

$$c. \quad U_C = I \cdot (X_C) = 0,16 \cdot 707,7 = 111,8 \text{ V}$$

$$d. \quad \varphi = \arctg(X_C / R) = 0,54 \text{ rad} = 30,5^\circ$$

$$e. \quad P = I^2 \cdot R = 0,16^2 \cdot 1200 = 30 \text{ W} \quad \text{vagy} \quad P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 220 \cdot 0,16 \cdot \cos(30,5) = 30 \text{ W}$$

$$f. \quad Q = I^2 \cdot (X_C) = 0,16^2 \cdot 707,7 = 17,65 \text{ var} \quad (Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 220 \cdot 0,16 \cdot \sin(30,5) = 17,65 \text{ var})$$

17 példa

U=250 V feszültségű és f=50 Hz frekvenciájú hálózatra párhuzamos RC-tagot kapcsolunk.

R=250 Ω C=6,366 μF.

a./ Mekkora az ellenálláson- és mekkora a kondenzátoron átfolyó áramok erőssége ?

b./ Mekkora az eredő áramerősség?

c./ Mekkora az eredő áram és a feszültség közötti fázisszög?

d./ Mekkora a hálózathoz felvett hatásos- és meddő teljesítmény?

Megoldás : (lásd 1. ábrát)

$$a./ \quad I_R = \frac{U}{R} = \frac{250}{250} = 1 \text{ A}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 6,366 \cdot 10^{-6}} = 500 \Omega \quad I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{250}{500} = 0,5 \text{ A}$$

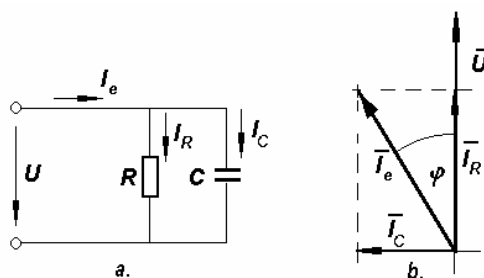
$$b./ \quad I_e = \sqrt{(I_R^2 + I_C^2)} = \sqrt{(1^2 + 0,5^2)} = 1,12 \text{ A}$$

$$c./ \quad \varphi = \arctg \frac{I_C}{I_R} = \arctg(0,5) = 26,56^\circ \text{ fok}$$

$$d./ P = U \cdot I_e \cdot \cos \varphi = 250 \cdot 1,12 \cdot \cos(26,56^\circ) = 250 \text{ W} \quad \text{illetve} \quad P = \frac{U^2}{R} = \frac{250^2}{250} = 250 \text{ W}$$

$$Q = U \cdot I_e \cdot \sin \varphi = 250 \cdot 1,12 \cdot \sin(26,56) = 125 \text{ var kapacitív} \quad \text{illetve}$$

$$Q = \frac{U^2}{X_C} = \frac{250^2}{500} = 125 \text{ var kapacitív}$$



ábra

18. példa

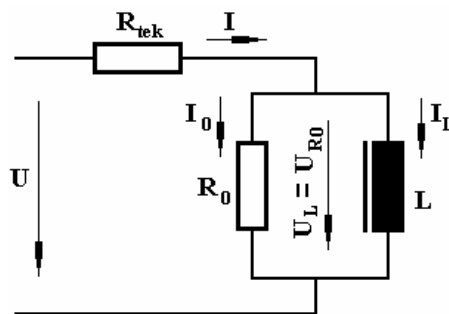
Egy vasmagos tekercsen f [Hz] frekvenciájú I [A] erősségű váltakozó áram folyik keresztül. A tekercs ellenállása R [ohm]

a vasvesztési ellenállás értéke R_0 [ohm]. A tekercs induktivitása L [Hy]

- Mekkora feszültség mérhető a tekercs sarkain?
- Mekkora a tekercs veszteség?
- Mekkora a vasmag okozta veszteség?
- Rajzolja fel a tekercs helyettesítő kapcsolását az áramok és feszültségek jelölésével
- A vektor diagram minőségi felrajzolása és a valós értékek számszerű megadása

Megoldás:

Mindenek előtt célszerű felrajzolni a helyettesítő kapcsolást:



A tekercs sarkain mérhető feszültség az áram és az eredő impedancia szorzata: $U = I \cdot Z$

Rész számítás: $X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1,35 = 424,1 \text{ ohm}$

Az eredő impedancia számítása:

$$\bar{Z} = R_{tek} + \frac{R_0 \cdot jX_L}{R_0 + jX_L} = R_{tek} + \frac{R_0 \cdot jX_L}{R_0 + jX_L} \cdot \frac{R_0 - jX_L}{R_0 - jX_L} = R_{tek} + \frac{j \cdot R_0^2 \cdot X_L + R_0 \cdot X_L^2}{R_0^2 + X_L^2}$$

$$\bar{Z} = R_{tek} + \frac{R_0 \cdot X_L^2}{R_0^2 + X_L^2} + j \cdot \frac{R_0^2 \cdot X_L}{R_0^2 + X_L^2} = 2,3 + \frac{1987 \cdot 424,1^2}{1987^2 + 424,1^2} + j \frac{1987 \cdot 424,1}{1987^2 + 424,1^2} = 88,88 + j405,6$$

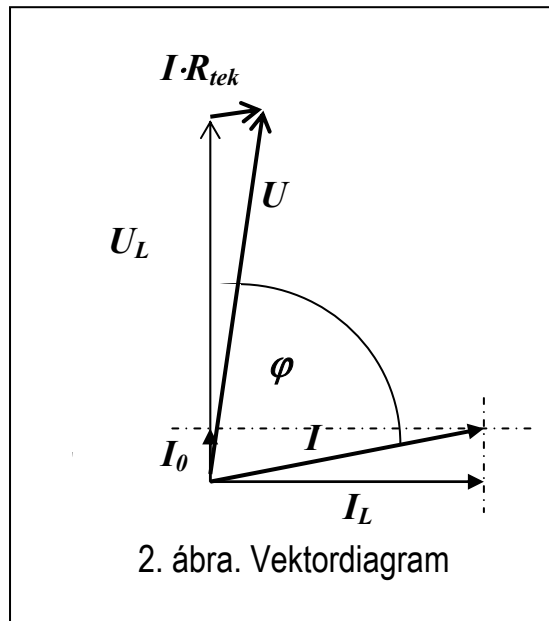
$$Z = \sqrt{88,88^2 + 405,6^2} = 415,3 \text{ Ohm}$$

A tekercs kapcsain mérhető fesz.: $U = I \cdot Z = 1 \cdot 415,25 = 415,25 \text{ V}$

A tekercs veszteség kiszámítása: $P_{tek} = I^2 \cdot R_{tek} = 1^2 \cdot 2,3 = 2,3 \text{ W}$

Vasvesztés: Elfogadható a közelítő megoldás: $P_{vas} = \frac{U_L^2}{R_0} \approx \frac{U^2}{R_0} = \frac{415,26^2}{1987} = 86,78 \text{ W}$

Indok: Az $R=2,3$ ohmos tekercsellenálláson eső feszültség olyan kicsi a 415,26 V-hoz képest, hogy az elhanyagolható, azaz $U_L \approx U$!!!



18. ábra

A vas veszteség **pontos** meghatározásához vizsgáljuk meg a párhuzamosan kapcsolt elemeket.

- A párhuzamosan kapcsolt áramköri elemek sarkain a feszültségek azonosak ($U_{R0} = U_L$) ezért felírható : $I_0 \cdot R_0 = I_L \cdot X_L$
- Másrészt tudjuk, hogy I_0 iránya megegyezik a feszültség irányával, az I_L iránya viszont 90° -t késik a feszültséghez képest.

A feszültség azonosságokból következik, hogy $I_0 = I_L \cdot X_L / R_0$, a második megállapításból pedig : $I^2 = I_0^2 + I_L^2$

Mind ebből I_0 és I_L meghatározható. $I_L^2 = I^2 - I_0^2 = I^2 - \left(\frac{I_L \cdot X_L}{R_0} \right)^2$ egyenletet rendezve

$$I_L^2 \cdot \left(1 + \left[\frac{X_L}{R_0} \right]^2 \right) = I^2$$

$$I_L = I \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_L}{R_0} \right)^2}} = I \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{424,1}{1987} \right)^2}} = 0,978 \text{ A} \quad \text{és}$$

$$I_0 = \sqrt{I^2 - I_L^2} = \sqrt{I^2 - 0,978^2} = 0,2087 \text{ A}$$

I_0 ismeretében a vasveszteség számolható : $P_{vas} = I_0^2 \cdot R_0 = 0,2087^2 \cdot 1987 = 86,58 \text{ W}$

Egy- és háromfázisú hálózatok:

19 példa.

Egy háromfázisú szimmetrikus csillagkapcsolású fogyasztó felvett látszólagos teljesítménye $S=8700$ VA. A hálózati feszültség $U=400$ V, frekvencia $f=50$ Hz, a teljesítménytényező értéke 0,6 (induktív)

Képletek leírásával és a számértékek beírásával végzett számításokkal határozza meg:

- a. a felvett hatásos teljesítményt
- b. a fázisáram értékét
- c. a fázisimpedanciát
- d. az egy fázisban található R értékét
- e. az egy fázisban található X_L értékét

M e g o l d á s :

- a. $P = S \cdot \cos(\varphi_i) = 8700 \cdot 0,6 = 5220$ W
- b. $I_f = I_v = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_v} = \frac{8700}{\sqrt{3} \cdot 400} = 12,6$ A
- c. $U_f = \frac{U_v}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230$ V $Z_f = \frac{U_f}{I_f} = \frac{230}{12,6} = 18,3 \Omega$
- d. $R = Z_f \cdot \cos(\varphi_i) = 18,3 \cdot 0,6 = 11 \Omega$
- e. $X_L = Z_f \cdot \sin(\varphi_i) = 18,3 \cdot 0,8 = 14,6 \Omega$

20 példa.

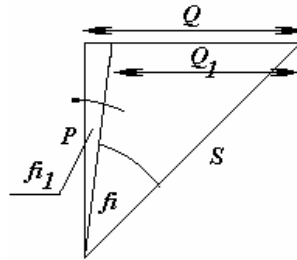
Egy háromfázisú induktív jellegű fogyasztó $P=130$ kW teljesítményt vesz fel $U=400$ V-os hálózatról. Áram felvétele $I=265,4$ A.

Képletek leírásával és a számértékek beírásával végzett számításokkal határozza meg:

- a. a felvett meddő teljesítményt
- b. mekkora meddő energiára van szükség, hogy $\cos(\varphi_i)=0,99$ legyen
- c. tervezzen egy alkalmas meddő kompenzáló kapcsolást
- d. a kondenzátor(ok) kapacitását

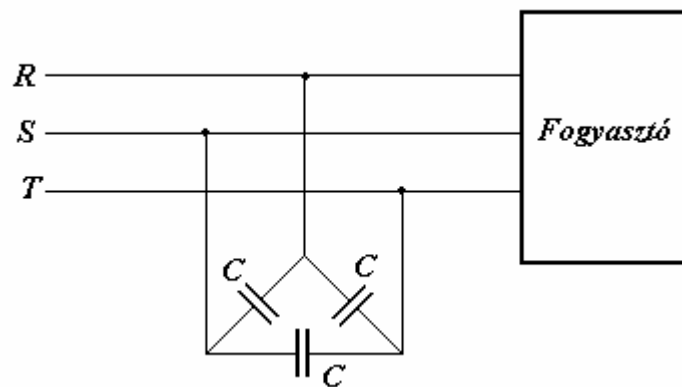
M e g o l d á s :

- a. $S = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 265,4 = 183,9$ kVA
 $\cos(\varphi_i) = P/S = 130/183,9 = 0,707$ $\varphi_i = \pi/4$ rad. és $\sin(\varphi_i) = 0,707$
 $Q = S \cdot \sin(\varphi_i) = 183,9 \cdot 0,707 = 130$ kvar
- b. $\tan(\varphi_{i1}) = (Q-Q_1)/P$ ha $\cos(\varphi_{i1})=0,99$ akkor $\varphi_{i1} = 0,1415$ rad és $\tan(\varphi_{i1}) = 0,1425$
 $Q_1 = Q - P \cdot \tan(\varphi_{i1}) = 130 - 130 \cdot 0,1425 = 111,5$ kvar
(lásd az ábrát)



Segéd ábra a 2. példa b. feladathoz

c. feladat megoldása:



$$d. \quad Q_1 = (3 \cdot U_v^2) / X_C \quad X_C = (3 \cdot U_v^2) / Q_1 = 3 \cdot 400^2 / 111514 = 4,3 \, \Omega$$

$$C = 1 / (2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C) = 1 / (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 4,3) = 740 \, \mu F$$

21 példa.

Háromfázisú hálózatról csillagkapcsolásban üzemeltetünk egy szimmetrikus fogyasztót. A hálózat vonali feszültsége $U_v=400 \, \text{V}$, $f=50 \, \text{Hz}$. A fogyasztón átfolyó áram $I_f=2 \, \text{A}$, a fázistényező $\cos \varphi=0,8$ induktív.

a./ Mekkora a hálózathoz felvett hatásos- és meddő teljesítmény

b./ Kondenzátor telep párhuzamos kapcsolásával javítani akarjuk a fázistényezőt.

Mekkora meddőenergiára van szükség, ha azt akarjuk, hogy a fázistényező $\cos \varphi^*=0,99$ legyen?

c./ Mekkora a kondenzátortelep X_C reaktanciája (és/vagy a kapacitása)?

d./ Rajzolja le a c.pont szerint tervezett kondenzátor telep lehetséges bekötését?

e./ Mekkora lesz a hálózathoz felvett teljesítmény ha fogyasztót deltába (háromszögbe) kapcsoljuk?

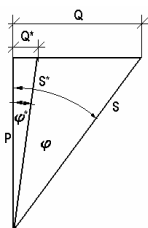
Megoldás :

$$a./ \quad P_Y = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 2 \cdot 0,8 = 1108,5 \, \text{W}$$

$$Q_Y = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 2 \cdot 0,6 = 831,4 \, \text{var}$$

b./

$$Q_c = Q - Q^* = P \cdot (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi^*)$$



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi} = \frac{\sqrt{1 - 0,8^2}}{0,8} = 0,75$$

$$\operatorname{tg} \varphi^* = \frac{\sin \varphi^*}{\cos \varphi^*} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi^*}}{\cos \varphi^*} = \frac{\sqrt{1 - 0,99^2}}{0,99} = 0,142$$

$$Q_c = 1108,5 \cdot (0,75 - 0,142) = 673,9 \text{ var}$$

c./ A kondenzátorok reaktanciájának és/vagy kapacitásának számítása: (bármelyik megoldás)

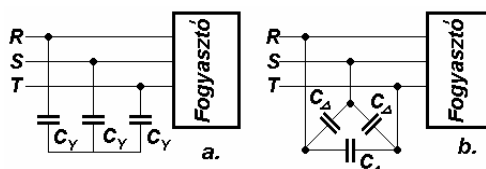
- Csillagkapcsolás esetén : $X_c = \frac{3 \cdot U_f^2}{Q_c} = 3 \cdot \frac{230^2}{673,9} = 235,5 \text{ ohm}$

$$C_Y = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 235,5} = 13,5 \text{ } \mu\text{F}$$

- Delta kapcsolásban : $X_c = \frac{3 \cdot U_V^2}{Q_c} = 3 \cdot \frac{400^2}{673,9} = 712,3 \text{ ohm}$

$$C_\Delta = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 712,3} = 4,47 \text{ } \mu\text{F}$$

d./ A feladat csillag vagy delta kapcsolásban is megoldható. A 4a.ábrán a csillagkapcsolás megoldása, 4b.ábrán a delta kapcsolású kondenzátor telep megoldása látható.



4. ábra

e./Delta kapcsolásban a felvett teljesítmény háromszorosa a csillag kapcsolásban felvett teljesítménynek, azaz :

$$P_\Delta = 3 \cdot P_Y = 3 \cdot 1108,5 = 3325,5 \text{ W}$$

22. példa.

Egy háromfázisú szimmetrikus deltakapcsolású fogyasztó felvett látszólagos teljesítménye $S=8700 \text{ VA}$. A hálózati feszültség $U=400 \text{ V}$, frekvencia $f= 50 \text{ Hz}$, a teljesítménytényező értéke 0,6 (induktív)

Képletek leírásával és a számértékek beírásával végzett számításokkal határozza meg :

- a felvett hatásos teljesítményt
- a fázisáram értékét
- a fázisimpedanciát
- az egy fázisban található R értékét
- az egy fázisban található X_L értékét

M e g o l d á s :

b. $P = S \cdot \cos(\varphi_i) = 8700 \cdot 0,6 = 5220 \text{ W}$

b. Delta kapcsolásban $U_f = U_V$ $I_f = \frac{S}{3 \cdot U_f} = \frac{8700}{3 \cdot 400} = 7,25 \text{ A}$

d. $Z_f = \frac{U_f}{I_f} = \frac{400}{7,25} = 55,17 \Omega$

d. $R = Z_f \cdot \cos(\varphi_i) = 55,17 \cdot 0,6 = 33,1 \Omega,$

e. $X_L = Z_f \cdot \sin(\varphi_i) = 55,17 \cdot 0,8 = 44,14 \Omega,$

23. példa.

Egy háromfázisú delta kapcsolású induktív jellegű fogyasztó $P=130 \text{ kW}$ teljesítményt vesz fel $U=400 \text{ V}$ -os hálózatról. Áram felvétele $I=265,4 \text{ A}$.

Képletek leírásával és a számértékek beírásával végzett számításokkal határozza meg :

- a felvett meddő teljesítményt*
- mekkora meddő energiára van szükség, hogy $\cos(\varphi_i)=0,99$ legyen*
- tervezzen egy csillag kapcsolású meddő kompenzáló kapcsolást*
- a kondenzátor(ok) kapacitását*

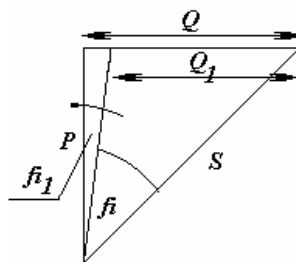
M e g o l d á s :

a. $S = \sqrt{3} \cdot U_V \cdot I_V = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 265,4 = 183,9 \text{ kVA}$

$\cos(\varphi_i) = P/S = 130/183,9 = 0,707$ $\varphi_i = \pi/4 \text{ rad.}$ és $\sin(\varphi_i) = 0,707$

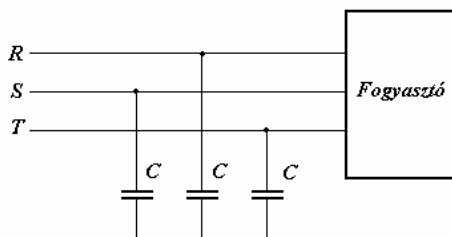
$Q = S \cdot \sin(\varphi_i) = 183,9 \cdot 0,707 = 130 \text{ kvar}$

b. $\tan(\varphi_{i1}) = (Q-Q_1)/P$ ha $\cos(\varphi_{i1})=0,99$ akkor $\varphi_{i1} = 0,1415 \text{ rad}$ és $\tan(\varphi_{i1}) = 0,1425$
 $Q_1 = Q - P \cdot \tan(\varphi_{i1}) = 130 - 130 \cdot 0,1425 = 111,5 \text{ kvar}$
 (lásd az ábrát)



Segéd ábra a 2. példa b. feladathoz

c. feladat megoldása:



$$d. \quad Q_I = 3 \cdot \frac{(U_f)^2}{X_C} \quad \text{ebből} \quad X_C = 3 \cdot \frac{(U_f)^2}{Q_I} = 3 \cdot \frac{230^2}{111514} = 1,42 \, \Omega$$

$$C = 1 / (2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C) = 1 / (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1,42) = 2243 \, \mu F$$

Villamosgépek:

24 példa

Tervezzon meg egy transzformátort amely 230 V-os $f=50$ Hz hálózatról 24V szekunder feszültséget szolgáltat. A felhasznált TM 85/32 típusú vasmag adatai:

Vasmag keresztmetszete	: $A_V = 3 \times 3,4 \, \text{cm}^2$
A megengedett primer látszólagos teljesítmény	: $P_{pr.meg} = 109 \, \text{VA}$
A maximális indukció	: $B_{max} = 1,3 \, \text{T}$
A megengedett szekunder áramsűrűség	: $i_{max} = 4 \, \text{A/mm}^2$
Tervbe vehető hatásfok	: $\eta = 85\%$

a./ Határozza meg a primer- és szekunder tekercsek menetszámát

b./ Mekkora szekunder terhelőáramot engedhetünk meg és mekkora a szekunder tekercs szükséges huzalátmérője?

Megoldás :

$$a./ \quad A_V = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 3,4 \cdot 10^{-2} = 10,2 \cdot 10^{-4} \, \text{m}^2$$

$$\text{az 1V-ra eső menetszám} \quad n = \frac{I}{4,44 \cdot f \cdot B_{max} \cdot A_V} = \frac{I}{4,44 \cdot 50 \cdot 1,3 \cdot 10,2 \cdot 10^{-4}} = 3,4 \, \text{menet/V}$$

$$\text{A primer menetszám:} \quad N_{pr} = 230 \cdot 3,4 = 782 \, \text{menet}$$

$$\text{A szekunder menetszám:} \quad N_{sz} = 24 \cdot 3,4 = 81,6 \rightarrow 82 \, \text{menet}$$

$$b./ \quad \text{A terhelő szekunder teljesítmény:} \quad P_{sz} = \eta \cdot P_{pr.meg} = 0,85 \cdot 109 = 92,65 \, \text{VA}$$

$$\text{A maximális szekunder áram :} \quad I_{sz} = \frac{92,65}{24} = 3,86 \, \text{A}$$

A szekunder tekercs huzalátmérője felhasználva az alábbi összefüggéseket :

$$\text{- huzal keresztmetszet :} \quad A_{huzal} = \frac{I_{sz}}{i_{max}} = \frac{3,86}{4} = 0,965 \, \text{mm}^2$$

$$\text{- huzal átmérő :} \quad d = \sqrt{A_{huzal} \cdot \frac{4}{\pi}} = \sqrt{0,965 \cdot \frac{4}{\pi}} = 1,11 \, \text{mm}$$

25 példa

Háromfázisú $U=6$ kV-os hálózatról 3 db. transzformátor párhuzamosan kapcsolva üzemel. A szekunder feszültség $0,4$ kV.

A transzformátorok adatlapján a következők olvashatók :

Tr1 :	$U_1/U_2=6/0,4$ kV	$S_{1n}=600$ kVA	$\varepsilon_I=2,9\%$
Tr2 :	$U_1/U_2=6/0,4$ kV	$S_{2n}=800$ kVA	$\varepsilon_{II}=3,1\%$
Tr3 :	$U_1/U_2=6/0,4$ kV	$S_{3n}=1200$ kVA	$\varepsilon_{III}=2,6\%$

a./ Mekkora a párhuzamosan kapcsolt transzformátorokkal átvihető maximális teljesítmény?

b./ Sorolj fel a párhuzamos üzem feltételeit?

Megoldás:

$$a./ S = \frac{\varepsilon_{III}}{\varepsilon_I} \cdot S_{I_n} + \frac{\varepsilon_{III}}{\varepsilon_{II}} \cdot S_{2_n} + \frac{\varepsilon_{III}}{\varepsilon_{III}} \cdot S_{3_n} = \frac{2,6}{2,9} \cdot 600 + \frac{2,6}{3,1} \cdot 800 + \frac{2,6}{2,6} \cdot 1200 = 2409 \text{ kVA}$$

- b./
1. A primer és a szekunder feszültségek azonosak,
 2. A kapcsolási sorrend (RST) azonos,
 3. A transzformátorok dropjai (közel) azonosak.

26 példa.

Egy csillagkapcsolásban üzemeltetett háromfázisú indukciós motor adattábláján az alábbiak olvashatók :

$P_h=1,1$ kW (hasznos teljesítmény), feszültségek $380/220$ V, a fázisáram $I_f=2,5$ A,

$\cos\varphi=0,84$

$n=2860$ /perc, $f=50$ Hz. A motor súrlódási vesztesége $P_s=89,9$ W.

a./ Mekkora a hálózatról felvett hatásos teljesítmény és mekkora a hatásfok

b./ Mekkora szlip értéke n fordulatszámnál?

c./ Mekkora a mechanikai teljesítmény?

d./ Mekkora a légzés teljesítmény?

e./ Mekkora az állórész vesztesége

Megoldás :

$$a./ P_{be} = \sqrt{3} \cdot U_V \cdot I_V \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 2,5 \cdot 0,84 = 1382,2 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{hasznos}}{P_{be}} = \frac{1100}{1382,2} = 0,796 \quad \eta = 79,60 \%$$

$$b./ s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{50 \cdot 60 - 2860}{50 \cdot 60} = 0,047 \quad 2 \text{ pont}$$

$$c./ P_{mech} = P_{hasznos} + P_s = 1100 + 89,9 = 1189,9 \text{ W} \quad 2 \text{ pont}$$

$$d./ P_L = P_{mech} \cdot \frac{1}{1-s} = 1189,9 \cdot \frac{1}{1-0,047} = 1248,6 \text{ W} \quad 2 \text{ pont}$$

e./ $P_{\text{álló}} = P_{be} - P_L = 1382,2 - 1248,6 = 133,6 \text{ W}$

2 pont

27. példa

Háromfázisú aszinkron motor $U=400 \text{ V}$ hálózatról üzemel. Névleges fordulatszáma $n_n=727,5 \text{ 1/min}$. A hálózati frekvencia : $f=50 \text{ Hz}$, a felvett névleges teljesítmény 60 kW , a fázistényező értéke $0,8$. Az állórész tekercsveszteség és vasveszteség együtt 1000 W . A súrlódásra, ventillációra felemésztett teljesítmény $P_{S+J} = 2 \text{ kW}$.

Képletek leírásával és a számértékek beírásával végzett számításokkal határozza meg :

- a szlip értékét
- a légrés teljesítményt
- a mechanikai teljesítményt
- a hatásfokot
- a tengelyen leadott nyomatékot

M e g o d á s :

- a. Az $n_n=727,5 \text{ 1/min}$ névleges fordulatszám csak $p=4$ póluspárszám esetén teljesülhet, ezért a szinkron fordulatszám $n_o = 60 \cdot 50 / 4 = 750 \text{ 1/min}$. Ebből a szlip :

$$s = \frac{n_o - n}{n_o} = \frac{750 - 727,5}{750} = 0,03$$

b. $P_L = P_I - (P_{tl} + P_v) = 60000 - 1000 = 59000 \text{ W}$

c. $P_{mech} = P_L \cdot (1 - s) = 59000 \cdot 0,97 = 57230 \text{ W}$

d. $\eta = P_{ki} / P_{be} \quad P_{ki} = P_{mech} - P_{S+J} = 57230 - 2000 = 55230 \text{ W}$

$$\eta = 55230 / 60000 = 0,92 \quad \eta = 92 \%$$

e. $M_{haszn} = \frac{P_{ki}}{2 \cdot \pi \cdot n} = 60 \cdot \frac{55230}{2 \cdot \pi \cdot 727,5} = 725 \text{ Nm}$

28. példa.

Egyfázisú transzformátor hasznos vasmag keresztmetszete $A=36 \text{ cm}^2$. A primer üresjárási feszültség $U_1=400 \text{ V}$, a szekunder üresjárási feszültség $U_2=24 \text{ V}$, $S_n=2 \text{ kVA}$, $B_{max}=1,1 \text{ T}$. A tekercsekben megengedett áramsűrűség $J=1,5 \text{ A/mm}^2$.
Képletek leírásával és a számértékek beírásával végzett számításokkal határozza meg :

- a primer és szekunder menetszámokat 1-1 pont
- a primer és szekunder tekercs huzalok keresztmetszetét 2-1 pont

H i b á t l a n t e l j e s m e g o l d á s 6 p o n t

M e g o l d á s :

a. az 1V–ra eső menetszám :

$$N = \frac{I}{4,44 \cdot f \cdot \phi_{\max}} = \frac{I}{4,44 \cdot f \cdot B_{\max} \cdot A} = \frac{I}{4,44 \cdot 50 \cdot 1,1 \cdot 36 \cdot 10^{-4}} = 1,1375 \text{ menet}$$

a primer menetszám $N_1 = 400 \cdot N = 400 \cdot 1,1375 = 455 \text{ menet},$

a szekunder menetszám $N_2 = 24 \cdot N = 24 \cdot 1,1375 = 27 \text{ menet}$

b. $A_1 = I_1 / J = S_n / (U_1 \cdot J) = 2000 / (400 \cdot 1,5) = 3,33 \text{ mm}^2$

$A_2 = I_2 / J = S_n / (U_2 \cdot J) = 2000 / (24 \cdot 1,5) = 55,6 \text{ mm}^2$

4. $U_1=13600$ V-os háromfázisú hálózatról $S=2500$ kVA teljesítményt kell átvinni $U_2=400$ V feszültségű hálózatra. A feladatot párhuzamosan kapcsolt transzformátorokkal kell megoldani. Ehhez az alábbi transzformátorok állnak rendelkezésre:

	U_1 / U_2 [V / V]	típus	S_n [kVA]	ϵ [%]
a.	13600 / 400	Yy ₀ 6	870	5,6
b.	13600 / 400	Y ₀ y6	1630	3,0
c.	13600 / 400	Y ₀ d5	1420	5,6
d.	13600 / 400	Dy ₀ 5	1100	8,2
e.	13600 / 400	Yd7	1300	8,2
f.	13600 / 400	Dy ₀ 7	1200	3,0
g.	13600 / 400	Dd6	900	3,1

Válassza ki a legelőnyösebb megoldást és indokolja meg a választását 3x1 pont

Számítással igazolja, hogy a megoldás alkalmas a feladat megoldására 3 pont

H i b á t l a n t e l j e s m e g o l d á s 7 pont

M e g o l d á s :

a. a 'b.' és 'g.' transzformátorok párhuzamos kapcsolása a jó megoldás, mert

- a primer és szekunder feszültségek azonosak
- azonos a fázisforgatás (az óraszám megegyezik)
- a dropok közel azonosak
- az eredő S a kívánt teljesítményt átviszi

b.

$$S_{\text{átvitt}} = \frac{\epsilon_b}{\epsilon_b} \cdot S_b + \frac{\epsilon_g}{\epsilon_g} \cdot S_g = \frac{3}{3} \cdot 1630 + \frac{3}{3,1} \cdot 900 = 2500 \text{ kVA}$$

29 példa

Háromfázisú p=6 póluspárú csillag kapcsolású szinkron motor szinkron reaktanciája 30Ω , A motor $U=6500$ V-os, $f=50$ Hz frekvenciájú hálózatról üzemel. A motor $P=280$ kW hatásos teljesítményt fogyaszt és $Q=180$ kvar meddő teljesítmény ad le.

Képletek leírásával és a számértékek beírásával végzett számításokkal határozza meg :

- a. a fázistényező értékét (induktív, kapacitív?)
- b. a szinkronozási szöget
- c. a motor fordulatszámát

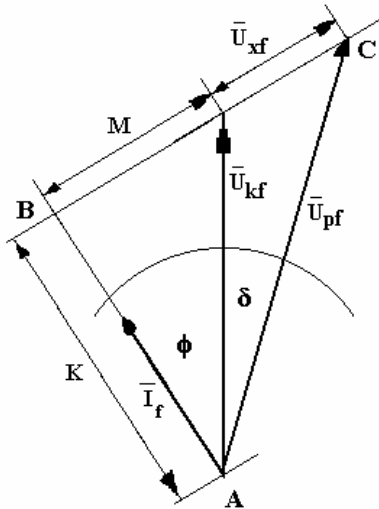
d. a pólusfeszültség értékét

Hibátlan teljes megoldás

Megoldás:

a. $\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{280}{\sqrt{280^2 + 180^2}} = 0,84$ kapacitív ebből $\varphi = 32,74$ fok

b.



segédábra az 5. példa b. feladathoz

Az ábra jelöléseit használva: ($\varphi = \phi$)

$$K = U_{kf} \cdot \cos(\phi) = \frac{6500}{\sqrt{3}} \cdot 0,84 = 3152 \text{ V}$$

$$M = U_{kf} \cdot \sin(\phi) = \frac{6500}{\sqrt{3}} \cdot 0,54 = 2029 \text{ V}$$

$$I_f = I_v = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{\sqrt{3} \cdot U} = \frac{10^3 \cdot \sqrt{280^2 + 180^2}}{\sqrt{3} \cdot 6500} = 29,6 \text{ A}$$

$$U_{xf} = I_f \cdot X = 29,6 \cdot 30 = 887 \text{ V}$$

Az ABC derékszögű háromszögből

$$U_{pf} = \sqrt{K^2 + (M + U_{xf})^2} = \sqrt{3152^2 + (2029 + 887)^2}$$

$$U_{pf} = 4298 \text{ V}$$

$$\cos(\phi + \delta) = K / U_{pf}$$

$$\delta = \arccos(K / U_{pf}) - \phi = \arccos(3152 / 4298) - 32,74 = 0,174 \text{ rad.} = 10 \text{ fok}$$

c. $n = 60 \cdot f / p = 60 \cdot 50 / 6 = 500 \text{ 1/min}$

d. $U_p = \sqrt{3} \cdot U_{pf} = \sqrt{3} \cdot 4298 = 7444 \text{ V}$

30. példa.

A táblázatban specifikált (a, b, c) transzformátorok párhuzamos üzemben dolgoznak.

	U_1 / U_2 [V / V]	típus	S_n [kVA]	ε [%]
a.	13600 / 400	$Y_o y_o 6$	870	5,6
b.	13600 / 400	$Y_o y_o 6$	1630	3,0
c.	13600 / 400	$Y_o y_o 6$	4420	8,6

Mekkora az átvihető látszólagos teljesítmény ?

3 pont

Sorolja fel a transzformátorok párhuzamos üzemének feltételeit

3 pont

Hibátlan teljes megoldás 7 pont

Megoldás:

a.

$$S_{\text{átvitt}} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_a} \cdot S_a + \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b} \cdot S_b + \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_c} \cdot S_c = \frac{3}{5,6} \cdot 870 + \frac{3}{3} \cdot 1630 + \frac{3}{8,6} \cdot 4420 = 3172 \text{ kVA}$$

b.

- a primer és szekunder feszültségek azonosak
- azonos a fázisforgatás (az óraszám megegyezik)
- a dropok közel azonosak
- a fázis sorrendek megegyeznek

31 példa

Háromfázisú $p=6$ póluspárú delta kapcsolású szinkron motor szinkron reaktanciája 30Ω , A motor $U=6500$ V-os, $f=50$ Hz frekvenciájú hálózatról üzemel. A motor $P=280$ kW hatásos teljesítményt fogyaszt és $Q=180$ kvar meddő teljesítmény ad le. Ekkor $U_P = 7500$ V és a szinkronozási szög értéke 10°

Képletek leírásával és a számértékek beírásával végzett számításokkal határozza meg :

a. a fázistényező értékét (induktív, kapacitív?)

b. a fázisáram nagyságát

c. a motor fordulatszámát

d. a motor nyomatékát

Hibátlan teljes megoldás

Megoldás:

a. $\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{280}{\sqrt{280^2 + 180^2}} = 0,84$ kapacitív ebből $\varphi = 32,74$ fok

b. $I_f = \frac{S}{3 \cdot U_f} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{3 \cdot U_f} = \frac{10^3 \cdot \sqrt{280^2 + 180^2}}{3 \cdot 6500} = 17,1 \text{ A}$

c. $n_0 = 60 \cdot f / p = 60 \cdot 50 / 6 = 500 \text{ 1/min}$

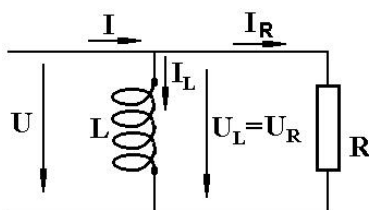
e. $M = \frac{3U_K \cdot U_P}{2 \cdot \pi \cdot n_0 \cdot X} \cdot \sin(\delta) = \frac{3 \cdot 6500 \cdot 7500}{2 \cdot \pi \cdot 8,33 \cdot 30} \cdot \sin(10) = 16174 \text{ Nm}$

32 példa

Az első sor a párhuzamos RC tagokra vonatkozik, a második sor a párhuzamos RL tagokra vonatkozó példa adatait és számított értékeit tartalmazza.

U	X	R	X^*X	R^*R	X^*X^*R	R^*R^*X	X^*X+R^*R
220,00	-145,00	220,00	21025,00	48400,00	4625500,00	-7018000	69425,00
400,00	287,00	210,00	82369,00	44100,00	17297490,00	12656700	126469,00

$valós$	$képzetes$	Z	$\cos(\varphi)$	$\sin(\varphi)$	φ	I	
66,62586	-	121,0689	0,5503	-0,8350	-56,61	1,82	
	101,0875	169,4764	0,8070	0,5905	36,19	2,36	
136,7726	100,0775	169,4764	0,80703	0,59051	36,19	2,36	
I_x	I_R						
-1,5172	1,00						
1,3937	1,90						



34 példa.

Tervezzon meg egy transzformátort amely 230 V-os $f=50$ Hz hálózatról 24V szekunder feszültséget szolgáltat. A felhasznált TM 85/32 típusú vasmag adatai:

Vasmag keresztmetszete	$A_v = 3 \times 3,4 \text{ cm}^2$
A megengedett primer látszólagos teljesítmény	$P_{pr.meg} = 109 \text{ VA}$
A maximális indukció	$B_{max} = 1,3 \text{ T}$
A megengedett szekunder áramsűrűség	$i_{max} = 4 \text{ A/mm}^2$
Tervbe vehető hatásfok	$\eta = 85\%$

a./ Határozza meg a primer- és szekunder tekercsek menetszámát

b./ Mekkora szekunder terhelőáramot engedhetünk meg és mekkora a szekunder tekercs szükséges huzalátmérője?

Megoldás :

a./

$$A_v = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 3,4 \cdot 10^{-2} = 10,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

az 1V-ra eső menetszám
$$n = \frac{I}{4,44 \cdot f \cdot B_{max} \cdot A_v} = \frac{I}{4,44 \cdot 50 \cdot 1,3 \cdot 10,2 \cdot 10^{-4}} = 3,4 \text{ menet/V}$$

A primer menetszám:
$$N_{pr} = 230 \cdot 3,4 = 782 \text{ menet}$$

A szekunder menetszám:
$$N_{sz} = 24 \cdot 3,4 = 81,6 \rightarrow 82 \text{ menet}$$

b./ A terhelő szekunder teljesítmény: $P_{sz} = \eta \cdot P_{pr.meg} = 0,85 \cdot 109 = 92,65 \text{ VA}$

A maximális szekunder áram : $I_{sz} = \frac{92,65}{24} = 3,86 \text{ A}$

A szekunder tekercs huzalátmérője felhasználva az alábbi összefüggéseket :

- huzal keresztmetszet : $A_{huzal} = \frac{I_{sz}}{i_{max}} = \frac{3,86}{4} = 0,965 \text{ mm}^2$

- huzal átmérő : $d = \sqrt{A_{huzal} \cdot \frac{4}{\pi}} = \sqrt{0,965 \cdot \frac{4}{\pi}} = 1,11 \text{ mm}$

b.

- a primer és szekunder feszültségek azonosak
- azonos a fázisforrás (az óraszám megegyezik)
- a dropok közel azonosak
- a fázis sorrendek megegyeznek

35. példa

Háromfázisú p=6 póluspárú delta kapcsolású szinkron motor szinkron reaktanciája 30Ω , A motor $U=6500 \text{ V}$ -os, $f=50 \text{ Hz}$ frekvenciájú hálózatról üzemel. A motor $P=280 \text{ kW}$ hatásos teljesítményt fogyaszt és $Q=180 \text{ kvar}$ meddő teljesítmény ad le. Ekkor $U_p = 7500 \text{ V}$ és a szinkronozási szög értéke 10°

Képletek leírásával és a számértékek beírásával végzett számításokkal határozza meg :

- a fázistényező értékét (induktív, kapacitív?)
- a fázisáram nagyságát
- a motor fordulatszámát
- a motor nyomatékát

M e g o l d á s :

a. $\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{280}{\sqrt{280^2 + 180^2}} = 0,84 \quad \text{kapacitív} \quad \text{ebből } \varphi = 32,74 \text{ fok}$

b. $I_f = \frac{S}{3 \cdot U_f} = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{3 \cdot U_f} = \frac{10^3 \cdot \sqrt{280^2 + 180^2}}{3 \cdot 6500} = 17,1 \text{ A}$

f. $n_o = 60 \cdot f / p = 60 \cdot 50 / 6 = 500 \text{ 1/min}$

g. $M = \frac{3U_K \cdot U_P}{2 \cdot \pi \cdot n_o \cdot X} \cdot \sin(\delta) = \frac{3 \cdot 6500 \cdot 7500}{2 \cdot \pi \cdot 8,33 \cdot 30} \cdot \sin(10) = 16174 \text{ Nm}$

Műszerek:

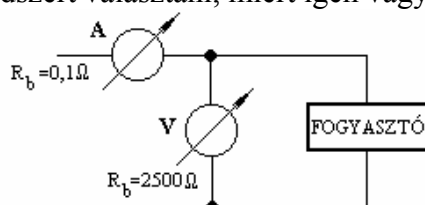
36. példa

Az. ábra szerinti kapcsolásban egy ismeretlen ohmos fogyasztó áramát és feszültségét mérjük.

Az ampermérő, amely belsőellenállása : $0,1 \Omega$, $I=5A$ áramot mutat.

A feszültségmérő műszer, amelynek belsőellenállása : 2500Ω , $U=231 V$ -t mutat.

- Mekkora a fogyasztó által felvett tényleges teljesítmény?
- Mekkora (hány %) a mérés hibája?
- Indokolt-e más mérési módszert választani, miért igen vagy miért nem?



Megoldás :

a./ A mutatott értékek alapján $P=U \cdot I=231 \cdot 5=1155 W$.

A kapott eredmény azért hibás, mert nem veszi figyelembe a voltmérő műszer fogyasztását ami :

$$P_V=U^2/R_{bV}=231^2/2500=21,34W.$$

A fogyasztó által felvett tényleges teljesítmény ezért $P_{valos}=P-P_V=1155-21,34=1133,66 W$

b./ $h=(1155-1133,66)/1133,66=0,0188$ $h=1,88 \%$

- d. A mérés pontossága növelhető, ha a voltmérőt az ampermérő elé kötjük be. Ekkor ugyanis az ampermérő csak a fogyasztón átfolyó áramot méri! (Tény, hogy ekkor az ampermérő fogyasztása kerül be a mérő körbe, de mivel az ampermérő fogyasztása:

$$P_A=I^2 \cdot R_{bA}=25 \cdot 0,1=2,5 W \ll P_V$$

jóval kisebb mint a voltmérő fogyasztása a javasolt kapcsolás lényegesen pontosabb eredményt ad).

37. példa

Egy állandó-mágnesű műszer belsőellenállása $R_b=1500 \Omega$, a feszültség alapérzékenysége $U_0=150 mV$.

c. Tervezzon egy olyan mérőkapcsolást, amelynél a műszer méréshatára $300 V$

d. Tervezzon egy olyan másik kapcsolást, amelynél a méréshatár $3 A$.

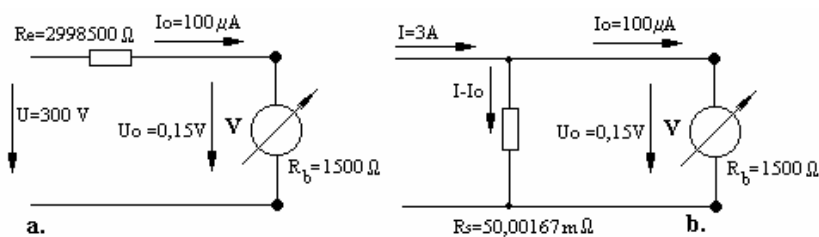
Megoldások :

a. $R_e=(U-U_0)/I_0$ $I_0=U_0/R_b=0,150/1500=100 \cdot 10^{-6}=100 \mu A$

$$R_e=(300-0,15)/100 \cdot 10^{-6}=2998500$$

Ω

b. $R_s=U_0/(I-I_0)=0,15/(3-100 \cdot 10^{-6})=50,00167 m\Omega$



38. példa

Egy elektrodinamikus műszer, amely végkitérése $\alpha_V = 120^\circ$, végértéken 250 V feszültség értéket mutat. A műszer pontossági osztálya $O_p = 1,5$.

- Mekkora a hibahatár és mekkora annak a valószínűsége, hogy egy mérés a hibahatáron belül van?
- Mekkora lesz a relatív hiba, ha a műszer $U = 100$ V értéket mutat?

Megoldás :

$$a. H = 250 \cdot 1,5 / 100 = \pm 3,75 \text{ V} \quad \text{A valószínűség : } 99,7 \%$$

$$b. h = O_p \cdot \alpha_V / \alpha, \quad \alpha \text{ kiszámolása az } \alpha_V = K \cdot (U_V)^2 \text{ képlet alapján :}$$

$$K = \alpha_V / (U_V)^2 = 120 / 250^2 \text{ fok/V}^2$$

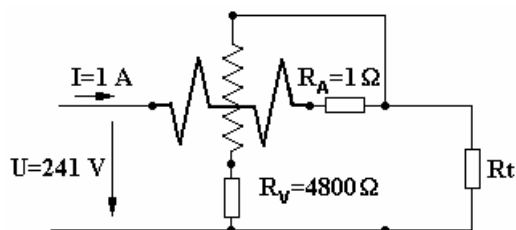
$$\alpha_{100} = (120 / 250^2) \cdot 100^2 = 19,2^\circ \quad h_{100} = 1,5 \cdot 120 / 19,2 = 9,375\%$$

39 példa.

Elektrodinamikus wattmérővel mérjük meg az ismeretlen R_t terhelőellenálláson fogyasztott teljesítményt. (lásd 2. ábra).

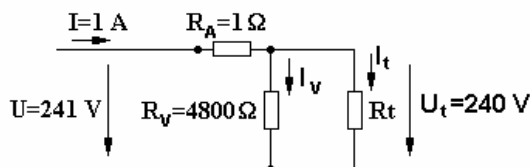
Határozza meg a méréseredmény viszonylagos hibáját, ha a wattmérő által mutatott teljesítmény $P = 240$ W, a hálózati feszültség $U = 241$ V, a felvett áram $I = 1$ A.

A wattmérő áramtekercs ellenállása $R_A = 1$ ohm, a feszültségtekercs ellenállása $R_V = 4800$ ohm.



2. ábra

Megoldás :



Egyszerűsített ábra

$$U_t = U - I \cdot R_A = 241 - 1 \cdot 1 = 240 \text{ V}$$

$$I_v = \frac{U_t}{R_v} = \frac{240}{4800} = 0,05 \text{ A} \quad I_t = I - I_v = 1 - 0,05 = 0,95 \text{ A}$$

$$P_t = U_t \cdot I_t = 240 \cdot 0,95 = 228 \text{ W}$$

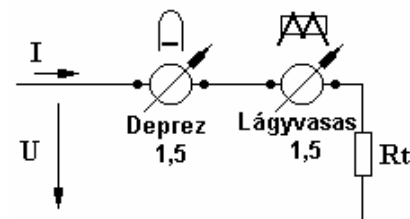
$$H = P - P_t = 240 - 228 = +12 \text{ W}$$

$$h = H/P_t = 100 \cdot 12/228 = +5,26 \%$$

40. példa.

A 3. ábra szerinti kapcsolásban egy állandómágnesű- és egy lágyvasas műszerrel áramerősséget mérünk. A műszerek végkitérése $\alpha_v = 120$ fok, és végkitéréskor $I_v = 10 \text{ A}$ értéket mutatnak. Mindkét műszer pontossági osztálya $Op = 1,5$.

Melyik műszer pontossága jobb, ha a műszerek $I = 9 \text{ A}$ értéket mutatnak?



3. ábra

Megoldás : $K_{\text{Depr}} = \alpha_v / I_v = 120/10 = 12 \text{ fok/A}$, $\alpha_9 = K_{\text{Depr}} \cdot I = 12 \cdot 9 = 108 \text{ fok}$

$$h_{\text{Depr}} = Op \cdot \alpha_v / \alpha_9 = 1,5 \cdot 120/108 = 1,67 \%$$

$$K_{\text{Lágyv}} = \alpha_v / (I_v)^2 = 120/100 = 1,2 \text{ fok/A}^2, \quad \alpha_9 = K_{\text{Lágyv}} \cdot I^2 = 1,2 \cdot 9^2 = 97,2 \text{ fok}$$

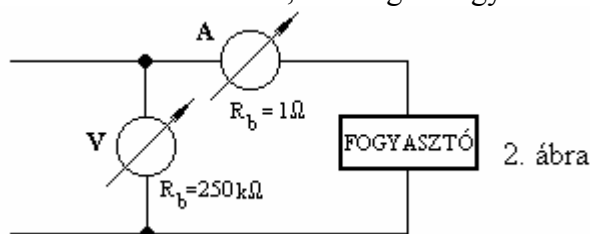
$$h_{\text{Lágyv}} = Op \cdot \alpha_v / \alpha_9 = 1,5 \cdot 120/97,2 = 1,85 \%$$

A lágyvasas műszer relatív hibája nagyobb, tehát a Deprez műszer pontossága jobb

41. példa

Az ábra szerinti kapcsolásban egy ismeretlen ohmos fogyasztó áramát és feszültségét mérjük. Az ampermérő, amely belsőellenállása : 1Ω , $I=5\text{A}$ áramot mutat. A feszültségmérő műszer, amelynek belsőellenállása : $250 \text{ k}\Omega$, $U=220 \text{ V}$ -t mutat.

- Mekkora a fogyasztó által felvett tényleges teljesítmény?
- Mekkora (hány %) a mérés hibája?
- Indokolt-e más mérési módszert választani, miért igen vagy miért nem?



2. ábra

Megoldások :

- A mutatott értékek alapján $P = U \cdot I = 220 \cdot 5 = 1100 \text{ W}$.

A kapott eredmény azért hibás, mert nem veszi figyelembe az ampermérő műszer fogyasztását amely :

$$P_A = I^2 \cdot P_{bA} = 5^2 \cdot I = 25 W.$$

A fogyasztó által felvett tényleges teljesítmény ezért $P_{valos} = P - P_A = 1100 - 25 = 1075 W$

b. $h = (1100 - 1075) / 1075 = 0,0188$ $h = 2,32 \%$

c. A mérés pontossága növelhető, ha a voltmérőt az ampermérő után a fogyasztóval párhuzamosan kötjük be. A voltmérő fogyasztása $P_V = 220^2 / (250 \cdot 10^3) = 0,2 W$ ami mindössze század része a példa szerinti kapcsolásban az ampermérő okozta teljesítmény hibának.

42. példa

Egy lágyvasas műszer, amely végkitérése $\alpha_V = 120^\circ$, végértéken 350 V feszültség értéket mutat. A műszer pontossági osztálya $O_p = 2,5$.

- Mekkora a hibahatár és mekkora annak a valószínűsége, hogy egy mérés a hibahatáron belül van?
- Mekkora lesz a relatív hiba, ha a műszer $U = 100 V$ értéket mutat?

Megoldás :

a./ $H = 350 \cdot 2,5 / 100 = \pm 8,75 V$ A valószínűség : $99,7 \%$

b. $h = O_p \cdot \alpha_V / \alpha$, α kiszámolása az $\alpha_V = K \cdot (U_V)^2$ képlet alapján :

$$K = \alpha_V / (U_V)^2 = 120 / 350^2 \text{ fok/V}^2$$

$$\alpha_{150} = (120 / 350^2) \cdot 100^2 = 9,8^\circ$$

$$h_{150} = 2,5 \cdot 120 / 22 = 30,6\%$$