Valószínűségi változó (v.v.):

az olyan mennyiség, amelynek értéke nem állandó, de meghatározható, hogy egy konkrét értéket mekkora valószínű-séggel vesz fel, vagy mekkora valószí-nűséggel esik egy adott intervallumba.

X **diszkrét v.v.** (megszámlálható számú értéket vehet fel) **eloszlása**:

$$p_i = P(X=x_i)$$

Köv.: $p_i \geq 0$ és $\sum p_i = 1$.

Valószínűségi változó jellemzői:
várható érték
szórás

Def. *X* diszkrét v.v. **várható értéke**:

$$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

- vonaldiagram
  (x-tengelyen: x_i, y-tengelyen p_i)
- hisztogram

Korrekt játék: $M(X)=0$

Def. *X* diszkrét v.v. **szórásnégyzete**:

$$D^2(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m)^2 p_i$$

$$= M((X-m)^2)$$

a pozitív négyzetgyök: **szórás**.

Tétel:

$$D^2(X) = M(X^2) - (M(X))^2$$

vagyis:

$$D^2(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} p_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i p_i \right)^2$$

Igaz:

$$M(kX) = kM(X), \quad k \in \mathrm{R}$$
$$M(X+k) = M(X) + k$$
$$M(X_1 + X_2 + \ldots X_n) =$$
$$= M(X_1) + M(X_2) + \ldots + M(X_n)$$

$$D(kX) = |k| D(X), \quad k \in \mathrm{R}$$
$$D(X+k) = D(X)$$
$$D^2(kX) = k^2 D^2(X), \; k \in \mathrm{R}$$
$$D^2(X+k) = D^2(X)$$

*X** **standardizált v.v.**:

$$X^* = \frac{X - M(X)}{D(X)}$$

$$M(X^*) = 0 \qquad D^2(X^*) = 1$$

X és *Y* **együttes eloszlása**:

$$p_{ij} = P(X = x_i, Y = y_j)$$

$$p_{ij} \geq 0 \qquad \sum_i \sum_j p_{ij} = 1$$

Peremeloszlások:

$$p_i = \sum_j p_{ij}$$

$$p_j = \sum_i p_{ij}$$

$$M(XY) = \sum_{i,j} x_i y_j p_{ij}$$

2 v.v. közti kapcsolat mérése

X és Y **kovarianciája** :

$$Cov(X,Y) =$$
$$= \sum_{i,j} (x_i - M(X))(y_j - M(Y)) p_{i,j}$$

azaz

$$Cov(X,Y) = M(XY) - M(X)M(Y)$$

X és Y **korrelációja** :

$$R(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{D(X)D(Y)}$$

Tulajdonságai :

$$R(X,Y) = R(Y,X)$$
$$-1 \le R(X,Y) \le 1$$
$$R(X,X) = 1 \quad R(X,-X) = -1$$
$$R(aX+b, cY+d) = R(X,Y)$$

X és Y **függetlenek**, ha $p_{ij} = p_i p_j$

Függetelen v.v.-kra igaz :

$$M(X,Y) = M(X)M(Y)$$
$$D^2(X+Y) = D^2(X) + D^2(Y)$$
$$Cov(X,Y) = 0$$

FONTOS

1. Ha X, Y független., akkor $R(X,Y)=0$.

2. Ha $R(X,Y)=\pm 1$, akkor a v.v. között lineáris kapcsolat van.

A X **folyt. v.v.** (folytonosan vehet fel értékeket az R-ből) **eloszlásfüggvénye**:

$$F(x) = P(X<x)$$

Tulajdonságai:

$F(x) \geq 0$

monoton növekedő és balról folytonos

$$\lim_{x\to-\infty} F(x) = 0 \quad \lim_{x\to\infty} F(x) = 1$$

Tétel:

$$P(a \le x < b) = F(b) - F(a)$$

Az X folyt.v.v. **sűrűségfüggvénye**:

$f(x) = F'(x)$ ha létezik.

Tulajdonságai:

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = P(a \leq x < b)$$

Megjegyzés:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

A folyt. v.v. jellemzői:

X **várható értéke**:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

X **szórásnégyzete**:

$$D^2(X) = M(X - M(X))^2 =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^2 f(x)dx$$

ennek pozitív négyzetgyöke a **szórás**.

Itt is igaz:

$$D^2(X) = M(X^2) - (M(X))^2 =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - \left(\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \right)^2$$